

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 2 – 3 mai 2012

Règlement – L'épreuve dure 45 minutes. Il est interdit d'utiliser des calculatrices. Notes personnelles et documents sont autorisés. Les téléphones portables doivent être éteints.

Chaque exercice vaut 10 points sur 20.

Exercice 1 – Soit S le caténoïde, c'est-à-dire la surface de révolution d'axe Oz et de méridien $\Gamma = \{\gamma(t) = (\operatorname{ch} t, 0, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$.

1. – Dessiner le caténoïde.
2. – Trouver le paramétrage $f(t, \varphi)$ de S comme surface de révolution.
3. – Trouver les points réguliers de S et, dans ces points, calculer le vecteur normale unitaire.
4. – Trouver un paramétrage du parallèle de S situé à hauteur $t = \ln(2 + \sqrt{3})$ et déterminer sa longueur totale.
5. – Trouver une équation cartésienne du caténoïde.

Exercice 2 – Soit S la surface paramétrée par la fonction $f(u, v) = (u(1 + v), u^2 + v, uv)$, pour tout $u, v \in \mathbb{R}$.

1. – Montrer que S est une surface réglée, en trouvant un paramétrage $\gamma(u)$ de la courbe directrice Γ et un paramétrage $\alpha(u)$ des vecteurs générateurs.
2. – Dessiner la directrice Γ et les vecteurs générateurs $\alpha(u)$ pour $u = 0, \pm 1, \pm 2$. Dessiner ensuite la portion de S correspondante aux valeurs des paramètres $u \in [-2, 2]$ et $v \in [-1, 1]$.
3. – Déterminer les points réguliers de S , et calculer un vecteur normal (pas forcément unitaire) partout où il est défini.
4. – Soient $x(u, v)$, $y(u, v)$ et $z(u, v)$ les coordonnées cartésiennes des points de la surface S . Calculer $(x(u, v) - z(u, v)) \cdot y(u, v)$ et trouver une équation cartésienne de S .