

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – 31 mai 2012

Règlement – L'épreuve dure 45 minutes. Il est interdit d'utiliser des calculatrices. Notes personnelles et documents sont autorisés. Les téléphones portables doivent être éteints.

Exercice 1 – Dessiner les domaines D et calculer les intégrales multiples suivantes :

1. $\iint_D \frac{x}{1+x^2+y^2} dx dy$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \text{ et } x \geq 0\}$.

2. $\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$, où D est la boule de centre 0 et de rayon 1.

Exercice 2 – Soient f la fonction et α et ω les formes différentielles sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0, 0)\}$ définies par

$$\begin{aligned} f(x, y) &= (x + y)e^{x+y} \\ \alpha(x, y) &= 2xy dx - x^2 dy \\ \beta(x, y) &= \frac{2x}{x^2 + y^2} dx + \left(\frac{2y}{x^2 + y^2} + 1\right) dy. \end{aligned}$$

1. Calculer les différentielles df , $d\alpha$ et $d\beta$.

2. Lesquelles parmi ces trois formes sont fermées? Lesquelles sont exactes? Calculer une primitive pour ces dernières.