

## CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – 31 mai 2012

**Règlement** – L'épreuve dure 45 minutes. Il est interdit d'utiliser des calculatrices. Notes personnelles et documents sont autorisés. Les téléphones portables doivent être éteints.

**Exercice 1** – Dessiner les domaines  $D$  et calculer les intégrales multiples suivantes :

1. 
$$\iint_D \frac{x}{1+x^2+y^2} dx dy, \quad \text{où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \text{ et } x \geq 0\}.$$

2. 
$$\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, \quad \text{où } D \text{ est la boule de centre } 0 \text{ et de rayon } 1.$$

**Exercice 2** – Soient  $f$  la fonction et  $\alpha$  et  $\omega$  les formes différentielles sur  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0, 0)\}$  définies par

$$\begin{aligned} f(x, y) &= (x + y)e^{x+y} \\ \alpha(x, y) &= 2xy dx - x^2 dy \\ \beta(x, y) &= \frac{2x}{x^2 + y^2} dx + \left(\frac{2y}{x^2 + y^2} + 1\right) dy. \end{aligned}$$

1. Calculer les différentielles  $df$ ,  $d\alpha$  et  $d\beta$ .

2. Lesquelles parmi ces trois formes sont fermées? Lesquelles sont exactes? Calculer une primitive pour ces dernières.