

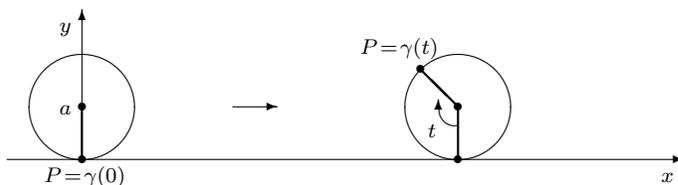
DEVOIR MAISON 1

15 – 22 mars 2012

Réglement – Entre crochets [] est indiqué le barème sur 20 points.
Le devoir est à rendre le 22 mars en TD.

Exercice – Dans un plan vertical, un disque de rayon $a > 0$ roule sans glisser sur une droite horizontale. La courbe tracée par un point P fixé au bord du disque s'appelle *cycloïde*.

1. [2 pt] – Donner un paramétrage γ de la cycloïde, en prenant comme paramètre t l'angle compris entre le rayon du disque passant par P à l'instant 0 et celui à l'instant t , comme dans la figure :



- [2 pt] – Trouver les points singuliers de γ et les étudier, avec un D.L.
- [2 pts] – Dessiner la cycloïde pour $t \in [-\pi, 5\pi]$.
- [3 pts] – Calculer l'abscisse curviligne $s(t)$ et le reparamétrage $\tilde{\gamma}(s) = \gamma(t(s))$.
- [3 pts] – Calculer la courbure de la cycloïde paramétrée par γ . Exprimer la courbure en fonction de l'abscisse curviligne.
- [2 pts] – Calculer la longueur d'arc de la cycloïde après un tour complet du disque.
- [2 pts] – Soit Q un point fixé à l'intérieur du disque, sur un cercle de rayon $0 < b < a$ concentrique au disque. Trouver le paramétrage de la courbe décrite par le point Q quand le disque roule, en utilisant le même paramètre t . Dessiner cette courbe.
- [2 pts] – Soit Q' un point fixé à l'extérieur du disque, sur un cercle de rayon $b > a$ concentrique au disque. Trouver le paramétrage de la courbe décrite par le point Q' quand le disque roule, en utilisant le même paramètre t . Dessiner cette courbe.
- [2 pts] – Montrer que la courbe développée d'une cycloïde est une cycloïde.