

DEVOIR MAISON 2

19 – 26 avril 2012

Exercice 1 –

Soit Γ la courbe gauche définie par le paramétrage $\gamma(t) = (e^t, e^{-t}, \sqrt{2}t)$, $t \in \mathbb{R}$.

1. – Le paramétrage γ est-il régulier ?
2. – Calculer l'abscisse curviligne de γ et le paramétrage par longueur d'arc.
3. – Calculer le trièdre de Frénet, la courbure et la torsion de γ partout où c'est possible. Le paramétrage est-il birégulier ?
4. – Dessiner la projection de Γ sur le plan $z = 0$, puis dessiner Γ .

Exercice 2 –

Soient a et b deux réels tels que $0 < a < b$. Le tore T est la surface de révolution d'axe Oz et de méridien le cercle de centre $(b, 0, 0)$ et de rayon a .

1. – Donner un paramétrage $f(t, \varphi) = (x(t, \varphi), y(t, \varphi), z(t, \varphi))$ de T , de ses parallèles et de ses méridiens.
2. – Déterminer les points réguliers de T , et calculer son vecteur normal unitaire partout où il est défini.
3. – Dessiner T .
4. – Calculer $x(t, \varphi)^2 + y(t, \varphi)^2$ et $(x(t, \varphi)^2 + y(t, \varphi)^2 + z(t, \varphi)^2 + b^2 - a^2)^2$. En déduire l'équation cartésienne de T .