

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 2 – 22 avril 2014

Règlement – L'épreuve dure 45 minutes. Il est interdit d'utiliser des calculatrices. Notes personnelles et documents sont autorisés. Les téléphones portables doivent être éteints.

Chaque exercice vaut 10 points sur 20.

Exercice 1 – Soit Γ la courbe paramétrée par $\gamma(t) = (3t^2, 2t + 1, 3t^3)$, avec $t \in \mathbb{R}$.

1. – Trouver les points réguliers de γ .
2. – Calculer la longueur de γ sur l'intervalle $[0, 1]$.
3. – Calculer la courbure de γ et trouver les points biréguliers.
4. – Calculer la torsion de γ .
5. – Trouver deux équations cartésiennes qui décrivent Γ de façon implicite.

Exercice 2 – Soit S la surface paramétrée par $f(u, v) = (u + u^2v, \frac{1}{u}, v)$, pour $u > 0$ et $v \in \mathbb{R}$.

1. – Montrer que S est une surface réglée, en trouvant un paramétrage $\alpha(u)$ de la courbe directrice et un paramétrage $\beta(u)$ des vecteurs générateurs.
2. – Dessiner la directrice α et les vecteurs générateurs $\beta(u)$ pour $u \rightarrow 0$, $u = \frac{1}{2}, 1, 2$ et $u \rightarrow \infty$. Ensuite, dessiner la surface S pour $u > 0$ et $v \in [-1, 1]$.
3. – Déterminer les points réguliers de S , et calculer le vecteur normal à la surface.
4. – Trouver une équation cartésienne qui décrit S de façon implicite.
5. – Montrer que $g(s, t) = (s, t, st^2 - t)$, avec $s \in \mathbb{R}$ et $t > 0$, est aussi une paramétrisation de la surface S .

La paramétrisation g est-elle un reparamétrage de la paramétrisation f ? Pourquoi?