

## DEVOIR MAISON 1

### 25 février – 13 mars 2014

**Réglement** – Entre crochets [ ] est indiqué le barème sur 20 points.  
Le devoir est à rendre au plus tard le jeudi 13 mars en TD.

**Exercice** – Soit  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  la courbe paramétrée par

$$\gamma(t) = (t - t^2, t + t^2), \quad t \in \mathbb{R}.$$

1. [1 pt] – La paramétrisation  $\gamma$  est-elle de classe  $C^\infty$  ? Pourquoi ?
2. [2 pt] – La courbe  $\gamma$  est-elle régulière ?
3. [4 pts] – Trouver la position de la courbe en  $t = 0$ .  
Trouver les valeurs du paramètre  $t$  pour lesquels la courbe  $\gamma$  intersecte l'axe  $Ox$  et l'axe  $Oy$ .  
Dessiner le graphe des deux fonctions

$$x(t) = t - t^2 \quad \text{et} \quad y(t) = t + t^2$$

et trouver les deux points de la courbe qui ont respectivement coordonnée  $x(t)$  maximale et coordonnée  $y(t)$  minimale.

Trouver le quadrant où se trouve la courbe pour  $t \rightarrow -\infty$  et pour  $t \rightarrow +\infty$ .

Utiliser toutes ces informations pour dessiner le support de la courbe.

4. [2 pts] – L'application  $t \mapsto u(t) = t - t^2$  est-elle un changement de paramètre admissible ?
5. [4 pts] – Trouver l'équation cartésienne du support de  $\gamma$ .
6. [4 pts] – Calculer la courbure de  $\gamma$  en tout point  $t$ .  
La courbe  $\gamma$  est-elle birégulière ?
7. [3 pts] – Trouver la valeur maximale de la courbure de  $\gamma$  et les points où elle l'atteigne.