

DEVOIR MAISON 1

25 février – 13 mars 2014

Réglement – Entre crochets [] est indiqué le barème sur 20 points.
Le devoir est à rendre au plus tard le jeudi 13 mars en TD.

Exercice – Soit $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ la courbe paramétrée par

$$\gamma(t) = (t - t^2, t + t^2), \quad t \in \mathbb{R}.$$

1. [1 pt] – La paramétrisation γ est-elle de classe C^∞ ? Pourquoi ?
2. [2 pt] – La courbe γ est-elle régulière ?
3. [4 pts] – Trouver la position de la courbe en $t = 0$.
Trouver les valeurs du paramètre t pour lesquels la courbe γ intersecte l'axe Ox et l'axe Oy .
Dessiner le graphe des deux fonctions

$$x(t) = t - t^2 \quad \text{et} \quad y(t) = t + t^2$$

et trouver les deux points de la courbe qui ont respectivement coordonnée $x(t)$ maximale et coordonnée $y(t)$ minimale.

Trouver le quadrant où se trouve la courbe pour $t \rightarrow -\infty$ et pour $t \rightarrow +\infty$.

Utiliser toutes ces informations pour dessiner le support de la courbe.

4. [2 pts] – L'application $t \mapsto u(t) = t - t^2$ est-elle un changement de paramètre admissible ?
5. [4 pts] – Trouver l'équation cartésienne du support de γ .
6. [4 pts] – Calculer la courbure de γ en tout point t .
La courbe γ est-elle birégulière ?
7. [3 pts] – Trouver la valeur maximale de la courbure de γ et les points où elle l'atteigne.