

LICENCE 1ère ANNÉE – PORTAIL PCSI  
TECHNIQUES MATHÉMATIQUES DE BASE

EXAMEN FINAL

Lundi 8 juin 2009. Durée de l'épreuve : 2h

Il est interdit d'utiliser calculatrices et téléphones portables, et de consulter documents, notes de cours et de TD. Les téléphones portables doivent être éteints.

**Exercice 1 (Taylor).** Trouver le polynôme de Taylor à l'ordre 2 de la fonction

$$f(x) = \arcsin(2x) + x^2 + 1$$

autour de  $x_0 = 0$ .

**Exercice 2 (Primitive).** Calculer la primitive

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}} dx$$

avec le changement de variable  $t = e^x$ .

**Exercice 3 (Équation différentielle du 1er ordre).** Résoudre l'équation différentielle

$$(1 + x^2) y'(x) - y(x) = x e^{\arctan x}.$$

**Exercice 4 (Équation différentielle du 2ème ordre).** Résoudre l'équation différentielle

$$y''(x) - 2 y'(x) + y(x) = \operatorname{sh} x,$$

où l'on rappelle que  $\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .