

Master Pro M2, SITN, Université Claude Bernard, Lyon1

Remise à niveau en Probabilités et Statistique

année 2007-2008

Examen RaN-Statistique, 10 Décembre 2007

Documents autorisés

Durée 2h

Exercice 1. Une variable aléatoire X , absolument continue, suit une loi de Pareto de paramètres $\alpha > 1$ et $\theta > 0$ si sa densité est:

$$f(x; \alpha, \theta) = kx^{-\alpha} \mathbb{1}_{[\theta, \infty)}(x)$$

On suppose que les deux paramètres α et θ sont inconnus.

1. Calculer la matrice d'information de Fisher $I(\alpha, \beta)$. Qu'en concluez-vous?
2. Estimer (α, β) par la méthode du maximum de vraisemblance (MV).
3. Supposant connu que les estimateurs du MV sont asymptotiquement sans biais, en utilisant la première question, construire une région de confiance asymptotique pour (α, β) au niveau de confiance connu.

Exercice 2. Supposons que X_1, \dots, X_n i.i.d. $\mathcal{N}(\mu, 1)$. Par le test du rapport de vraisemblance monotone tester l'hypothèse $H_0 : \mu = 3$ contre l'hypothèse alternative $\mu = 5$.

Exercice 3. On a réalisé une étude sur la fréquence d'un allèle particulier dans un groupe de diabétiques et dans un autre groupe de non-diabétiques. Les données sont:

Allèle	Diabétique	Non-diabétique
Bb ou bb	12	4
BB	39	49

Tester l'hypothèse que BB a la même fréquence parmi les diabétiques que parmi les personnes non-diabétiques.

Note: Les tests sont à faire pour un seuil $\alpha = 0.05$. Ecrire les hypothèses à tester, les modèles correspondants, les statistiques de test et leurs loi.