Etudiant 1 :

Cours :

Calcul de $\sum_{k=0}^{n} k$. Preuve.

Exercice 1 :

Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \ln(u_n + 1)$.

1. Montrer que pour tout $n \geq 0$, u_n est bien défini et $u_n > 0$.
2. Montrer que la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est décroissante.

Exercice 2 :

Montrer que la suite définie par $\forall n \geq 1, u_n = \dfrac{e^{-1/n}}{1 + 1/\sqrt{n}}$ est bornée.

Exercice 3 :

Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{k=0}^{n-1} (2k+1) = n^2$

Etudiant 2 :

Cours :

Suites minorées, majorées, bornées.

Exercice 1 :

Démontrer par récurrence que $\forall n \geq 1, \qquad \sum_{k=1}^{n} \dfrac{k}{2^k} = 2 - \dfrac{n+2}{2^n}$.

Exercice 2 :

Etudier la monotonie de la suite définie par $\forall n \geq 0,\ u_n = \sum_{k=0}^{2n} \dfrac{(-1)^k}{k+1}$

Exercice 3 :

Montrer que la suite définie par $\forall n \geq 1,\ u_n = \dfrac{\ln(n)}{n^2}$ est bornée.

Etudiant 3 :

Cours :

Lois de Morgan. Enoncé et démonstration.

Exercice 1 :

Soit pour tout $n \geq 1$, $u_n = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k} - \ln(n)$.

Etudier si $(u_n)_{n\geq 1}$ est monotone, majorée, minorée, bornée.

Exercice 2 :

Montrer par récurrence que $\forall n \geq 1, \qquad \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k(k+1)} = 1 - \dfrac{1}{n+1}$.

Exercice 3 :

Soit $n \geq 1$. Simplifier $(n+1)! - n!$. En déduire le calcul de $\sum_{k=0}^{n-1} k \times k!$.