Etudiant 1 :

Cours :
Expression du terme général d'une suite récurrente linéaire double.

Exercice 1 :

Les fonctions suivantes sont-elles injectives ? surjectives ? bijectives ?

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 3x - 2|x| \end{array}, \qquad g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} \setminus \{1\} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \dfrac{x+1}{x-1} \end{array}$$

Exercice 2 :

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $u_0 = 4$ et $\forall n \geq 0$, $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$.
Montrer que la suite définie par $v_n = \ln(u_n)$ est bien définie et d'un type bien connu. Calculer v_n et en déduire une expression de u_n.

Etudiant 2 :

Cours :
Définitions : injection, surjection.

Exercice 1 :
Soient (u_n) et (v_n) les suites définies par $u_0 = 1$, $v_0 = 2$ et

$$\forall n \geq 0, \qquad u_{n+1} = 3u_n + 2v_n, \quad v_{n+1} = 2u_n + 3v_n$$

1. Montrer que la suite $(u_n - v_n)$ est constante.
2. En déduire que (u_n) est arithmético-géométrique.
3. Exprimer pour tout $n \geq 0$, u_n et v_n en fonction de n.

Exercice 2 :
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.
1. Déterminer son image $f(\mathbb{R}^+)$.
2. Démontrer que f est bijective de $\mathbb{R}k$ vers $f(\mathbb{R}^+)$ et déterminer son application inverse.

Etudiant 3 :

Cours :
Expression du terme général d'une suite arithmético-géométrique.

Exercice 1 :
Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \dfrac{2x}{1+x^2} \end{array}$.
1. L'application f est-elle injective ? surjective ? bijective ?
2. Montrer que l'image de $[-1, 1]$ par f est $[-1, 1]$. La restriction de f à $[-1, 1]$ est-elle bijective ?

Exercice 2 :
Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $u_0 = u_1 = 1$ et $\forall n \geq 1, u_{n+1} = 4u_n - 3u_{n-1}$.
Exprimer u_n en fonction de n pour tout $n \geq 0$.