

Etudiant 1 :

<p>Cours : Définitions : fonctions équivalentes. Exemples.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Exercice 1 : Les fonctions suivantes sont-elles injectives ? surjectives ? bijectives ?</p> $f : \begin{matrix} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 3x - 2 x \end{matrix}, \quad g : \begin{matrix} \mathbb{R} \setminus \{1\} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{x+1}{x-1} \end{matrix}$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Exercice 2 : Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)^x - 1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \ln(x) - x \ln(x+1)$.</p>	
--	--

Etudiant 2 :

<p>Cours : Définitions : injection, surjection, bijection.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Exercice 1 : Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)$.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Exercice 2 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Déterminer par encadrement, l'image $f(\mathbb{R}^+)$. 2. Démontrer que f est bijective de \mathbb{R}^+ vers $f(\mathbb{R}^+)$ et déterminer son application inverse. 	
---	--

Etudiant 3 :

<p>Cours : Théorèmes d'encadrement, cas d'une limite finie ou infinie.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Exercice 1 : Soit $f : \begin{matrix} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{2x}{1+x^2} \end{matrix}$.</p> <p>Pour $y \in \mathbb{R}$, déterminer le nombre d'antécédents de y (et leur valeur) par la fonction f. L'application f est-elle injective ? surjective ? bijective ?</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Exercice 2 : Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{3x} - 1}{\ln(1+2x)} \right)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{e^{x^2} - 1}$.</p>	
---	--

Exercices supplémentaires

Exercice 1 : Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^{\sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (2^x + 3^x)^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)^{1/3} - x^{1/3}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2 + 1) - 2 \ln(x)$$

Exercice 2 : Montrer que les fonctions suivantes sont des bijections entre des ensembles à préciser, et calculer les bijections réciproques :

$$f : x \mapsto \frac{x}{x+1}, \quad g : x \mapsto \frac{-2x+1}{3-x}, \quad h : x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$