

Etudiant 1 :

Cours :

Définitions : fonctions équivalentes, fonction négligeables. Exemples.
Classement des fonctions par ordre de prépondérance

Exercice 1 :

Etudier la continuité de la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \frac{1-x^2}{\ln(x)} \text{ si } x > 1 \text{ et } f(x) = -2e^{x-1} \text{ si } x \leq 1.$$

Exercice 2 :

Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)^x - 1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)\ln(x) - x\ln(x+1)$.

Etudiant 2 :

Cours :

Fonction continue en un point, continue à droite, à gauche, sur un intervalle.
Exemples et contre-exemples.

Exercice 1 :

Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$.

Exercice 2 :

Etudier la continuité de la fonction $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+2x}-1} \text{ si } x \in]0, 1] \text{ et } f(0) = \frac{1}{3}$$

Etudiant 3 :

Cours :

Théorèmes d'encadrement, cas d'une limite finie ou infinie.

Exercice 1 :

Etudier la continuité et les prolongements par continuité éventuels de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x \ln x}{1-x^2}$ sur un domaine à préciser.

Exercice 2 : Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{3x}-1}{\ln(1+2x)}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{e^{x^2}-1}$.

Exercices supplémentaires

Exercice 1 : Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{\sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (2^x + 3^x)^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)^{1/3} - x^{1/3}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2+1) - 2\ln(x)$$

Exercice 2 : Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes et préciser si elles peuvent être prolongées par continuité :

$$f : x \mapsto \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}, \quad g : x \mapsto \ln\left(\frac{e^x-1}{x}\right)$$