

**Etudiant 1 :**

**Cours :**

Théorème de la bijection monotone

**Exercice 1 :**

Etudier la continuité et les prolongements par continuité éventuels de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x \ln x}{1-x^2}$  sur un domaine à préciser.

**Exercice 2 :**

On considère l'équation  $(E_n) : x \ln x = n$ .

1. Montrer que pour tout  $n \geq 0$ , l'équation  $(E_n)$  possède une unique solution dans  $[1, +\infty[$ , noté  $x_n$ .
2. Quelle est la monotonie de la suite  $(x_n)_n$  ?

**Etudiant 2 :**

**Cours :**

Fonction continue en un point, continue à droite, à gauche, sur un intervalle. Exemples et contre-exemples.

**Exercice 1 :**

On considère  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^x + x$ .

1. Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  sur un intervalle à déterminer.
2. Justifier que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , l'équation  $f(x) = n$  possède une unique solution notée  $x_n$ .
3. Déterminer la monotonie de la suite  $(x_n)_n$ .

**Exercice 2 :**

Etudier la continuité de la fonction  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+2x}-1} \text{ si } x \in ]0, 1] \text{ et } f(0) = \frac{1}{3}$$

**Etudiant 3 :**

**Cours :**

Théorème des valeurs intermédiaires

**Exercice 1 :**

Etudier la continuité de la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f(x) = \frac{1-x^2}{\ln(x)} \text{ si } x > 1 \text{ et } f(x) = -2e^{x-1} \text{ si } x \leq 1.$$

**Exercice 2 :**

On considère la fonction  $f(x) = x + \ln x$ .

1. Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}^{+*}$  sur  $\mathbb{R}$ .
2. Montrer que pour tout  $n \geq 0$ , l'équation  $f(x) = n$  possède une unique solution que l'on notera  $x_n$ .
3. Etudier la monotonie de la suite  $(x_n)$ .

## Exercices supplémentaires

**Exercice 1 :** Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{\sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (2^x + 3^x)^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)^{1/3} - x^{1/3}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2 + 1) - 2\ln(x)$$

**Exercice 2 :** Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes et préciser si elles peuvent être prolongées par continuité :

$$f : x \mapsto \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}, \quad g : x \mapsto \ln\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$$