

Etudiant 1 :

Cours : Formule de Bayes

Exercice 1 :

Chaque jour, une personne change de mode de transport entre le train et sa voiture. Si elle prend le train un jour, elle prendra sa voiture le lendemain avec la probabilité $9/10$. De même, si elle prend sa voiture un jour, alors elle prend le train le lendemain avec la probabilité $4/10$.

Sachant que la personne prend sa voiture le jour 0, on note p_n la probabilité qu'elle prenne le train le jour n .

Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n , en déduire p_n et sa limite quand $n \rightarrow +\infty$.

Exercice 2 :

Une urne contient b boules bleues et r boules rouges. On tire n boules en remettant la boule dans l'urne après le tirage si elle est rouge, et en ne la remettant pas dans l'urne si elle est bleue.

Quelle est la probabilité p d'obtenir exactement une boule bleue en n tirages?

Etudiant 2 :

Cours : Formule des probabilités totales.

Exercice 1 :

Un marchand vend des articles dont 30% proviennent d'un fournisseur A et 70% d'un autre fournisseur B . 6% de la production de A est défectueuse, contre 3% seulement pour la production de B .

Un client achète un article.

1. Quelle est la probabilité que cet article soit défectueux?
2. Sachant que cet article est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne de B ?

Exercice 2 :

On obtient Pile avec une pièce A avec la probabilité $1/2$ et Pile avec une pièce B avec la probabilité $2/3$.

On choisit une des pièces au hasard. On la lance. Si on obtient Pile, on conserve la pièce que l'on vient de lancer, sinon on change de pièce. On effectue ainsi une suite de lancers.

Déterminer p_n la probabilité de lancer la pièce A au n -ième lancer, et p'_n la probabilité d'obtenir Pile au n -ième lancer. Déterminer les limites de p_n et p'_n lorsque n tend vers $+\infty$.

Etudiant 3 :

Cours : Formule des probabilités composées.

Exercice 1 :

Un joueur lance des fléchettes sur une cible, et il gagne s'il atteint la cible. Pour la première fléchette, les probabilités de réussite et d'échec sont égales. Pour les suivantes, la probabilité de réussite dépend seulement du lancer précédent : elle est de 0,7 si le lancer précédent a atteint la cible, et de 0,4 si le lancer précédent avait échoué.

On note p_n la probabilité que la n -ième fléchette atteigne la cible. Calculer p_n et sa limite quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 2 :

On dispose de deux urnes, la première contenant 6 boules rouges et 3 noires, et la deuxième 6 noires et trois rouges. On choisit une urne au hasard, puis on y tire deux boules successivement sans remise, on obtient deux rouges.

Quelle est la probabilité qu'on ait choisi la première urne?

Même question si on effectue les deux tirages successivement avec remise.

Exercices supplémentaires

Exercice 1

Nous sommes dans un pays où il fait beau 5 jours sur 7. Deux stations météo S_1 et S_2 annoncent le temps qu'il va faire. La station S_1 est fiable à 90% et la station S_2 à 80% seulement.

Lorsque S_1 annonce du mauvais temps et S_2 annonce du beau temps, que faut-il écouter ?

Exercice 2

On dispose de n urnes numérotées de 1 à n . Soit $k \in \{1, \dots, n\}$. L'urne numéro k contient 2^k boules dont une seule est blanche, les autres sont noires.

On choisit une urne au hasard et on choisit une boule dans cette urne. On obtient une boule blanche.

Quelle est la probabilité d'avoir effectué le tirage dans l'urne numéro k ($k \in \{1, \dots, n\}$) ?

Exercice 3

Un joueur de tennis réussit sa première balle de service à 75%. Il réussit sa seconde balle de service à 90%. Quelle est la probabilité pour que ce joueur commette une double faute (service perdu à la seconde balle) ?