

Etudiant 1 :

Cours : Formule des probabilités totales.

Exercice 1 :

Un joueur lance des fléchettes sur une cible, et il gagne s'il atteint la cible. Pour la première fléchette, les probabilités de réussite et d'échec sont égales. Pour les suivantes, la probabilité de réussite dépend seulement du lancer précédent : elle est de 0,7 si le lancer précédent a atteint la cible, et de 0,4 si le lancer précédent avait échoué.

On note p_n la probabilité que la n -ième fléchette atteigne la cible. Calculer p_n et sa limite quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 2 :

Une personne lance une pièce avec probabilité p d'avoir Pile. Elle gagne dès qu'elle a obtenu 2 Piles de plus que de Faces et elle perd dès qu'elle a obtenu 2 Faces de plus que de Piles. Dans les autres cas la partie continue.

1. Calculer $p(E_{2n})$ où E_{2n} : "Elle a eu autant de Piles que de Faces lors des $2n$ premiers lancers".
2. Calculer $p(G_{2n})$ où G_{2n} : "Elle gagne la partie à l'issue du $2n$ -ième lancer".
3. Quelle est la probabilité que la personne gagne ? qu'elle perde ?

Etudiant 2 :

Cours : Indépendance de deux événements. Définition et propriétés.

Exercice 1 :

On dispose d'une infinité d'urnes, telles que l'urne numéro i contient i boules noires et $2i$ boules blanches. On lance un dé équilibré jusqu'à obtenir un 5 ou un 6. Le nombre total de lancer déterminer l'urne que l'on choisit. On tire une boule dans l'urne choisie.

On effectue un tirage et le résultat est une boule noire. Quelle est la probabilité que le tirage ait été effectué dans l'urne i ?

Exercice 2 :

On obtient Pile avec une pièce A avec la probabilité $1/2$ et Pile avec une pièce B avec la probabilité $2/3$.

On choisit une des pièces au hasard. On la lance. Si on obtient Pile, on conserve la pièce que l'on vient de lancer, sinon on change de pièce. On effectue ainsi une suite de lancers.

Déterminer p_n la probabilité de lancer la pièce A au n -ième lancer, et p'_n la probabilité d'obtenir Pile au n -ième lancer. Déterminer les limites de p_n et p'_n lorsque n tend vers $+\infty$.

Etudiant 3 :

Cours : Formule des probabilités composées.

Exercice 1 :

On dispose de trois pièces. La première fait Pile avec la probabilité 0,1, la deuxième fait Pile avec la probabilité 0,4, la troisième fait Pile avec la probabilité 0,6.

On choisit au hasard une des pièces et on la lance trois fois. Déterminer la probabilité qu'on ait lancé la première pièce sachant qu'on a obtenu 2 fois Piles et une fois Face.

Exercice 2 :

Deux joueurs A et B jouent au tennis et sont à égalité 7 - 7. Le joueur A a probabilité $p \in]0, 1[$ de gagner chacun des points suivants (B a donc probabilité $1 - p$ de gagner). Le résultat de chacun des points est indépendant des précédents. Le joueur gagnant est celui qui mène au score par deux points d'écart pour la première fois. On désigne par n le nombre d'échanges nécessaires.

1. Justifier que pour qu'il y ait un gagnant, n doit être pair.
2. Soit G_n l'événement "Le joueur A gagne à l'issue du n -ième échange". Déterminer $p(G_n)$. En déduire $p(G)$ où G est l'événement "Le joueur A gagne".