Etudiant 1 :

Cours : Fonction de répartition d'une variable aléatoire. Propriétés.

Exercice 1 :
Une piste rectiligne est divisée en cases $0, 1, 2, \ldots, n$ de gauche à droite. Une puce est sur la case 0 et se déplace vers la droite de 1 ou 2 cases au hasard à chaque saut. Soit X_n la VA égale au numéro de la case de la puce après n sauts, et Y_n la VA égale au nombre de fois où la puce a sauté d'une case au cours de n premiers sauts.
1. Déterminer la loi de X_1, son espérance et sa variance.
2. Déterminer la loi de Y_n, son espérance et sa variance.
3. Déterminer la loi de X_n, son espérance et sa variance.

Exercice 2 :
On dispose d'une pièce truquée, telle que la probabilité d'obtenir Pile est $p \in]0, 1[$. On lance deux fois la pièce : si on obtient FP on a gagné, si on obtient PF on a perdu, sinon on recommence. Déterminer le nombre moyen de lancers effectués avant la fin du jeu.

Etudiant 2 :

Cours : Espérance d'une VARD. Formule de transfert. Propriétés.

Exercice 1 :
Une urne contient n boules numérotées de 1 à n. On effectue des tirages successifs, avec remise, selon le protocole suivant : on note B_k le numéro de la k-ième boule tiré et on arrête les tirages dès que $B_k \geq B_{k-1}$.
Soit X la VAR égale au nombre de tirages effectués.
1. Décrire $X(\Omega)$ et calculer $P(X > k)$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.
3. Déterminer la fonction de répartition de X, puis la loi de probabilité de X et son espérance.

Exercice 2 :
Soit $n \geq 2$. n personnes lancent une pièce de monnaie. Une personne gagne une partie si elle obtient le contraire de toutes les autres. On note X la VAR désignant le nombre de parties nécessaires à l'obtention d'un gagnant. Déterminer la loi de X, son espérance et sa variance si elles existent.

Etudiant 3 :

Cours : Variance d'une VARD. Formule de transfert. Formule de Koenig Huygens.

Exercice 1 : On dispose d'un jeu de $2n$ cartes dont les cartes sont alignées sur une table. Le joueur découvre les cartes de gauche à droite jusqu'à obtenir le premier roi rouge. Il paie 1 euro à chaque fois qu'il veut retourner une carte et gagne a euros lorsqu'il découvre le premier roi rouge.
Soit X la VA égale au rang d'apparition du premier roi rouge et G la VA égale au gain algébrique du joueur.
1. Déterminer la loi de X et son espérance.
2. Exprimer G en fonction de X et calculer son espérance.
3. Pour quelles valeurs de a le jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 2 :
Un concierge possède un trousseau de 10 clés dont une seule permet d'ouvrir la porte qu'il a en face de lui.
Méthode A : il utilise les clés une à une.
Méthode B : à chaque fois, il secoue le trousseau et choisit une clé.
1. Soit X le nombre de clés essayées pour ouvrir la porte. Déterminer la loi de X lors des deux méthodes.
2. Le concierge est ivre un jour sur trois, et ces jours-là il utilise la méthode B. Les autres jours il utilise la méthode A. Sachant qu'un jour, 8 essais ont été nécessaires pour ouvrir la porte, quelle est la probabilité que le concierge ait été ivre ce jour-là ?