

Etudiant 1 :

Cours : Théorème de stabilité par la somme pour des variables binomiales.

Exercice 1 :

n ($n \geq 2$) personnes jettent simultanément une pièce de monnaie. Une personne gagne une partie si elle obtient le contraire de toutes les autres.

Soit X la variable égale au nombre de parties nécessaires pour l'obtention d'un vainqueur. Déterminer X et en déduire $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 2 :

Chaque jour, un parc d'attractions enregistre un nombre Y de visiteurs suivant une loi de Poisson de paramètre λ . Chaque visiteur passe, au hasard et uniformément, par une des n entrées E_1, \dots, E_n du parc.

1. Quel est le nombre moyen de visiteurs chaque jour dans le parc ?
2. On note X_1 le nombre de visiteurs entrant par E_1 en une journée. Déterminer la loi de X_1 sachant que l'événement $(Y = N)$ est réalisé. Déterminer la loi conjointe du couple (X_1, Y) . En déduire la loi de X_1 , son espérance et sa variance.
3. Sachant qu'un visiteur sur 10 se débrouille pour entrer sans payer, calculer le nombre moyen de visiteurs qui payent et entrent par E_1 par jour.

Etudiant 2 :

Cours : Loi hypergéométrique. Exemples. Espérance.

Exercice 1 :

Soit X une variable aléatoire de loi $\mathcal{B}(n, p)$.

Chaque résultat de X est affiché sur un compteur détraqué. Si X n'est pas nul, le compteur affiche la bonne valeur, si X est nul, il affiche au hasard une valeur entre 1 et n .

On note Y la variable aléatoire égale au nombre affiché.

Déterminer la loi de Y sachant $(X = k)$, en déduire la loi conjointe du couple (X, Y) , puis la loi de Y et son espérance.

Exercice 2 :

1. On dispose d'une pièce truquée, telle que la probabilité d'obtenir Pile est $p \in]0, 1[$. On lance deux fois la pièce : si on obtient FP on a gagné, si on obtient PF on a perdu, sinon on recommence.

Déterminer le nombre moyen de lancers effectués avant la fin du jeu.

2. Deux personnes jouent côte à côte à ce jeu passionnant. Soient X et Y les nombres de lancers qu'elles effectuent respectivement avant la fin de leur jeu.

Déterminer les lois de $U = \max(X, Y)$ et de $V = X + Y$.

Etudiant 3 :

Cours : Loi géométrique. Exemple. Espérance et variance.

Exercice 1 :

Dans une classe de n élèves, la probabilité qu'un élève sache son cours est $p \in]0, 1[$. La probabilité qu'un élève qui sait son cours sache faire l'exercice est $\alpha \in]0, 1[$. Aura une bonne note tout élève qui sait son cours et sait faire l'exercice.

1. Soit X le nombre d'élèves sachant son cours. Déterminer la loi de X .

2. Soit Y le nombre d'élèves ayant une bonne note. Déterminer la loi de Y sachant l'événement $(X = N)$, puis la loi conjointe du couple (X, Y) . En déduire la loi de Y , son espérance et sa variance.

Exercice 2 :

Pour X une variable suivant une loi de Poisson de paramètre λ .

On définit la variable aléatoire Y par $Y = 0$ lorsque X prend une valeur impaire, et $Y = \frac{X}{2}$ sinon.

Déterminer la loi, l'espérance et la variance de Y .

(On pourra calculer $e^x + e^{-x}$ pour tout x)