

Etudiant 1 :

Cours : Lois conjointes, lois marginales, lois conditionnelles pour un couple de vard.

Exercice 1 : Soit $m \in \mathbb{R}$. Résoudre le système :

$$\begin{cases} x - y + z = m \\ mx + y - z = 1 \\ x - y + mz = 1 \end{cases}$$

Exercice 2 :

Chaque jour, un parc d'attractions enregistre un nombre Y de visiteurs suivant une loi de Poisson de paramètre λ . Chaque visiteur passe, au hasard et uniformément, par une des n entrées E_1, \dots, E_n du parc.

1. Quel est le nombre moyen de visiteurs chaque jour dans le parc ?
2. On note X_1 le nombre de visiteurs entrant par E_1 en une journée. Déterminer la loi de X_1 sachant que l'événement $(Y = N)$ est réalisé. Déterminer la loi conjointe du couple (X_1, Y) . En déduire la loi de X_1 , son espérance et sa variance.
3. Sachant qu'un visiteur sur 10 se débrouille pour entrer sans payer, calculer le nombre moyen de visiteurs qui payent et entrent par E_1 par jour.

Etudiant 2 :

Cours : Espace vectoriel engendré par p vecteurs, propriétés de stabilité.

Exercice 1 :

1. On dispose d'une pièce truquée, telle que la probabilité d'obtenir Pile est $p \in]0, 1[$. On lance deux fois la pièce : si on obtient FP on a gagné, si on obtient PF on a perdu, sinon on recommence.

Déterminer le nombre moyen de lancers effectués avant la fin du jeu.

2. Deux personnes jouent côte à côte à ce jeu passionnant. Soient X et Y les nombres de lancers qu'elles effectuent respectivement avant la fin de leur jeu. Déterminer les lois de $U = \max(X, Y)$ et de $V = X + Y$.

Exercice 2 : Soit $m \in \mathbb{R}$. Résoudre le système

$$\begin{cases} mx + y + z = m^2 \\ x + my - mz = m \\ x - y + mz = 1 \end{cases}$$

Etudiant 3 :

Cours : Systèmes linéaires, homogènes, de Cramer. Opérations élémentaires.

Exercice 1 :

Soit $m \in \mathbb{R}$. Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx + y + z = m \\ x + my + z = 1 \\ x + y + mz = m \end{cases}$$

Exercice 2 :

Dans une classe de n élèves, la probabilité qu'un élève sache son cours est $p \in]0, 1[$. La probabilité qu'un élève qui sait son cours sache faire l'exercice est $\alpha \in]0, 1[$. Aura une bonne note tout élève qui sait son cours et sait faire l'exercice.

1. Soit X le nombre d'élèves sachant son cours. Déterminer la loi de X .
2. Soit Y le nombre d'élèves ayant une bonne note. Déterminer la loi de Y sachant l'événement $(X = N)$, puis la loi conjointe du couple (X, Y) . En déduire la loi de Y , son espérance et sa variance.

Exercices supplémentaires

Exercice 1 Déterminer si les applications suivantes sont surjectives ou non.

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad (x, y, z) \mapsto (2x + y + z, x - 2y) \quad , \quad g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad (x, y) \mapsto (x - y, -x + 2y, 5x - y) \quad , \quad h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad (x, y) \mapsto (x + y, 2x - y, 2y + x)$$

Exercice 2 Soit $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n, p)$ et $Y \rightsquigarrow \mathcal{B}(m, p)$ indépendantes. Déterminer la loi conditionnelle de X sachant que $X + Y = k$.