Etudiant 1 :

Cours :

Suites minorées, suites convergentes : définitions.
Théorème de la limite monotone.

Exercice 1 :

Pour $z \in \mathbb{C}$, démontrer que $\left(z+\dfrac{1}{z} \in \mathbb{R}\right) \Longleftrightarrow (z \in \mathbb{R}^* \text{ ou } |z|=1)$.

Exercice 2 :

Soient (u_n) et (v_n) les suites définies par $u_0 = 1$, $v_0 = 2$ et

$$\forall n \geq 0, \qquad u_{n+1} = 3u_n + 2v_n, \quad v_{n+1} = 2u_n + 3v_n$$

1. Montrer que la suite $(u_n - v_n)$ est constante.
2. En déduire que (u_n) est arithmético-géométrique.
3. Etudier les convergences de (u_n) et (v_n).

Etudiant 2 :

Cours :

Racines n-ièmes d'un nombre complexe non nul : définition.
Solutions d'une équation du second degré à coefficients dans $\mathbb{C}$.

Exercice 1 :

Soit (u_n) définie par $u_0 = 0$ et $\forall n \geq 0,\ u_{n+1} = -2u_n + 3$.
Soit (v_n) définie par $v_0 = v_1 = 1$ et $\forall n \geq 1,\ v_{n+1} = 5v_n - 6v_{n-1}$.
Etudier les convergences de (u_n) et (v_n).

Exercice 2 :

Soit (u_n) une suite décroissante, convergente de limite nulle. Soit (S_n) la suite définie par $\forall n \geq 0, S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} (-1)^k u_k$.

1. Montrer que les suites (S_{2k}) et (S_{2k+1}) sont adjacentes.
2. Montrer que (S_n) converge et que sa limite ℓ vérifie $\forall n \geq 0, |u_n - \ell| \leq u_{n+1}$.

Etudiant 3 :

Cours :

Suites adjacentes : définition et propriétés.

Exercice 1 :

Soit $\theta \in \mathbb{R}$ et $n \geq 0$. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \sin(k\theta)\cos(k\theta)$.

Exercice 2 :

Soit $(u_n)_{n\geq 1}$ la suite définie par $\forall n \geq 1, u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{n+k}$.
Etudier la convergence de la suite (u_n).

Exercices supplémentaires :

Exercice 1 :

Montrer l'équivalence suivante : $(|z| = 1 \text{ et } z \neq 1) \Longleftrightarrow \left(\exists x \in \mathbb{R} \ / \ z = \dfrac{x+i}{x-i}\right)$

Exercice 2 :

Résoudre l'équation $(1+iz)^n = i(1-iz)^n$. Montrer qu'elle admet n solutions réelles qu'on calculera.

Exercice 3 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 \geq 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{u_n^2+1}{2}$.
Déterminer selon les valeurs de u_0 la convergence de la suite (u_n).
(On pourra différencier les cas $u_0 = 1$, $u_0 > 1$ et $0 \leq u_0 < 1$).