Etudiant 1 :

Cours :
Suites minorées, suites convergentes : définitions.
Théorème de la limite monotone.

Exercice 1 :

Déterminer les limites des suites suivantes :

$$u_n = n\left(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}\right), \quad v_n = n\left(\cos\frac{1}{n} - \ln\left(e + \frac{1}{n}\right)\right)$$

Exercice 2 :

Soit (u_n) une suite décroissante, convergente de limite nulle. Soit (S_n) la suite définie par $\forall n \geq 0, S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} (-1)^k u_k$.

1. Montrer que les suites (S_{2k}) et (S_{2k+1}) sont adjacentes.
2. Montrer que (S_n) converge et que sa limite ℓ vérifie
   $\forall n \geq 0, |u_n - \ell| \leq u_{n+1}$.

Etudiant 2 :

Cours :
Suites négligeables, suites équivalentes : définitions et exemples.

Exercice 1 :

On pose pour tout $n \geq 0$, $u_n = \displaystyle\prod_{k=1}^{n} \left(1 + \frac{1}{k^2}\right), \quad v_n = u_n\left(1 + \frac{1}{n}\right)$.
Montrer que (u_n) et (v_n) sont adjacentes.

Exercice 2 :

Déterminer les limites des suites suivantes :

$$u_n = \frac{1000^n + n!}{n! + n^{1000}}, \quad v_n = \frac{\sqrt[3]{1 + \sin\frac{1}{n}} - e^{1/3n}}{\sin\frac{1}{n} + \tan\frac{1}{n}}$$

Etudiant 3 :

Cours :
Suites adjacentes : définition et propriétés.

Exercice 1 :
Déterminer les limites des suites suivantes :

$$u_n = \binom{n}{k} \ (k \text{ fixé}), \quad v_n = \frac{\sqrt[4]{1 + \frac{1}{n}} - 1}{n\left(\cos\frac{1}{n} - 1\right)}$$

Exercice 2 :
On pose pour tout $n \geq 1, S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}$ et $u_n = S_n - 2\sqrt{n}$.

1. Justifier que $\dfrac{1}{\sqrt{n+1}} \leq 2\left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right) \leq \dfrac{1}{\sqrt{n}}$ et en déduire $\lim\limits_{n\infty} S_n$.
2. Montrer que (u_n) converge et donner un équivalent de S_n.