

Etudiant 1 :

Cours :

Parties à p éléments dans un ensemble de cardinal n . Formules de Pascal et Van der Monde.

Exercice 1 :

Déterminer les val. propres et les sous-espaces propres de $\begin{pmatrix} 6 & 3 & 3 \\ -1 & 4 & -1 \\ -1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$.

Exercice 2 :

On a 8 volumes d'une encyclopédie, qu'on répartit sur 4 étagères qui sont numérotées de 1 à 4.

1. Combien y a-t-il de répartitions possibles ?
2. Combien y a-t-il de répartitions telles qu'aucune étagère ne soit vide ?
3. En fait, ces volumes auraient tous dû être rangés sur la 1ère étagère par ordre croissant. Parmi les répartitions, combien y en a-t-il pour lesquelles
 - le volume numéro i est à sa place ?
 - les volumes i et j ($i \neq j$) sont à leur place ?
 - aucun volume n'est à sa place ?

Etudiant 2 :

Cours :

Valeurs propres, vecteurs propres et sous-espaces propres d'une matrice.

Exercice 1 :

On lance 4 dés de couleurs différentes (jaune, bleu, rouge, vert), dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

1. Quel est le nombre de résultats possibles ?
2. Quel est le nombre de résultats dans lesquels :
 - exactement 2 dés donnent le chiffre 1 ?
 - au moins un dé donne le chiffre 1 ?
 - un seul dé donne le chiffre 1 et deux dés donnent le chiffre 2 ?

Exercice 2 :

Déterminer les valeurs propres et les sous-espaces propres de $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$.

Etudiant 3 :

Cours :

Dans un ensemble à n éléments, nombre de p -listes, de p -listes sans répétition, de p -listes strictement croissantes.

Exercice 1 :

Déterminer les valeurs propres et les sous-espaces propres de $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Exercice 2 :

Au loto, on doit cocher 5 cases dans une grille numérotée de 1 à 49.

1. Quel est le nombre de grilles différentes que l'on peut former ?
2. On a une grille gagnante si celle-ci contient au moins deux numéros parmi les cinq tirés.
 - (a) Calculer le nombre de grilles perdantes.
 - (b) Calculer le nombre de grilles qui présentent exactement deux bons numéros.
 - (c) Calculer le nombre de grilles qui présentent au moins quatre bons numéros.

Exercices supplémentaires

Exercice 1

Soit $m \in \mathbb{R}$ et A la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2-m & m-2 & m \end{pmatrix}$.

Déterminer les valeurs propres de f et les sous-espaces propres de f .

Exercice 2

Soit E un ensemble de cardinal n . Calculer le nombre de couples (A, B) de parties de E telles que $A \subset B$. En déduire le nombre de couples (A, B) de parties telles que $A \subset B$ avec $A \neq B$.

Exercice 3

Un ascenseur dessert 8 étages. Six personnes le prennent au rez-de-chaussée. Dénombrer le nombre de cas où :

- 2 personnes au moins descendent au même étage.
- 2 personnes descendent au même étage, les autres descendent chacune à des étages différents, différents du précédent
- Une personne descend à un étage, 2 à un autre et 3 à un autre.

Exercice 4

Soit n un entier naturel non nul.

Combien y a-t-il d'applications surjectives de $\{1, \dots, n+1\}$ dans $\{1, \dots, n\}$?