

Etudiant 1 :

Cours :

Nombre de parties à p éléments dans un ensemble de cardinal n .

Formules de Pascal et Van der Monde et leurs interprétations combinatoires.

Exercice 1 :

Un sac contient neuf jetons numérotés de 1 à 9. Pour chacune des expériences suivantes, déterminer l'univers, exprimer les événements considérés et calculer leur probabilité.

1. On tire dans le sac une poignée de 2 jetons.
 A : "On obtient le jeton 7 lors du tirage".
 B : "On obtient exactement un jeton portant un numéro pair".
2. On tire successivement 2 jetons sans remise.
 C : "On obtient le jeton 7 lors du tirage".
 D : "On obtient une suite croissante de numéros".
3. On tire successivement avec remise 2 jetons.
 E : "On obtient le jeton 7 lors du tirage".
 F : "On obtient une suite strictement croissante de numéros".

Exercice 2 :

On lance un dé à quatre faces (numérotées de 1 à 4) n fois de suite. On note p_n la probabilité que les quatre chiffres 1, 2, 3, 4 apparaissent chacun au moins une fois lors des n lancers.

Pour tout $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, on pose A_i : "le numéro i n'apparaît pas du tout durant les n tirages".

Montrer que $p_n = 1 - 4\left(\frac{1}{4}\right)^n + 6\left(\frac{2}{4}\right)^n - 4\left(\frac{3}{4}\right)^n$. Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ et interpréter ce résultat.

Etudiant 2 :

Cours :

Définition d'une probabilité et ses propriétés.

Exercice 1 :

Au loto, on doit cocher 5 cases dans une grille numérotée de 1 à 49.

1. Quel est le nombre de grilles différentes que l'on peut former ?
2. On a une grille gagnante si celle-ci contient au moins deux numéros parmi les cinq tirés.
 - (a) Calculer le nombre de grilles perdantes.
 - (b) Calculer le nombre de grilles qui présentent exactement deux bons numéros.
 - (c) Calculer le nombre de grilles qui présentent au moins quatre bons numéros.

Exercice 2 :

On mélange les 32 cartes d'un jeu puis on les distribue une à une successivement sans remise. Calculer la probabilité des événements suivants :

1. A : "La dixième carte est l'as de pique"
2. B : "Les quatre premières cartes forment un carré"
3. C : "Tous les piques sont distribués en premier"

Etudiant 3 :

Cours :

Dans un ensemble à n éléments, nombre de p -listes, de p -listes sans répétition, de p -listes strictement croissantes.

Exercice 1 :

Un dé est truqué de telle sorte que la probabilité de sortie d'un chiffre est proportionnelle à ce chiffre.

1. Calculer la probabilité d'obtention de chaque chiffre.
2. Calculer la probabilité de l'évènement A : "On obtient un nombre impair".

Exercice 2 :

Soit $n \geq 2$. On a E un ensemble de n personnes. Chacune envoie une lettre et une seule à l'une des $n - 1$ autres personnes.

1. Combien y a-t-il de situations possibles ?
2. Simone est l'une de ces personnes. Fixons $j \in \{0, 1, \dots, n\}$. On note N_j le nombre de situations possibles où Simone reçoit exactement j lettres. Calculer N_j pour tout j .

Exercices supplémentaires

Exercice 1

Soit A l'ensemble des nombres à 7 chiffres ne comportant aucun "0". Déterminer les cardinaux suivants :

1. A
2. A_1 , ensemble des nombres de A ayant 7 chiffres distincts
3. A_2 , ensemble des nombres pairs de A
4. A_3 , ensemble des nombres de A dont les chiffres forment une suite strictement croissante (dans l'ordre où ils sont écrits).

Exercice 2

Combien y a-t-il de couples $(x, y) \in \{0, 1, \dots, n\}^2$ tels que :

1. $x + y = n$?
2. $x \neq y$?
3. $x > y$?

Exercice 3

On lance un dé équilibré une infinité de fois. Calculer la probabilité pour que la face 1 n'apparaisse pas au cours des n premiers lancers. Calculer la probabilité pour que la face 1 n'apparaisse jamais.

Exercice 4

Soit E un ensemble de cardinal n . Calculer le nombre de couples (A, B) de parties de E telles que $A \subset B$. En déduire le nombre de couples (A, B) de parties telles que $A \subset B$ avec $A \neq B$.

Exercice 5

Un ascenseur dessert 8 étages. Six personnes le prennent au rez-de-chaussée. Dénombrer le nombre de cas où :

- 2 personnes au moins descendent au même étage.
- 2 personnes descendent au même étage, les autres descendent chacune à des étages différents, différents du précédent
- Une personne descend à un étage, 2 à un autre et 3 à un autre.

Exercice 6

Soit n un entier naturel non nul.

Combien y a-t-il d'applications surjectives de $\{1, \dots, n+1\}$ dans $\{1, \dots, n\}$?