Etudiant 1 :

Exercice 1 :

Déterminer un équivalent en $+\infty$ de $\exp\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{x(x+1)}{1+x^2}$.

Exercice 2 :

Déterminer si les intégrales impropres suivantes sont convergentes ou non et calculer leur valeur si possible.

$$\int_0^1 \frac{\ln(1-t)}{t}dt, \qquad \int_e^{+\infty} \frac{dt}{t\ln^2(t)}.$$

Etudiant 2 :

Exercice 1 :

Déterminer si les intégrales impropres suivantes sont convergentes ou non et calculer leur valeur si possible.

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}dt, \qquad \int_e^{+\infty} \frac{dt}{t\ln(t)}.$$

Exercice 2 :

Etudier la convergence de la suite $(u_n)_n$ définie par :

$$u_n = \left(\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)^2 \dots \left(1+\frac{n}{n}\right)^n\right)^{1/n^2}.$$

Exercices supplémentaires :

Exercice 1 :

Déterminer la convergence et la valeur des intégrales suivantes :

$$\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{t}}dt, \qquad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}dt.$$

Exercice 2 :

Déterminer un équivalent en 1^+ de $\frac{x^2-x}{\ln(1+\sqrt{x^2-1})}$.

Exercice 3 :

Etudier la convergence de la suite $(u_n)_n$ définie par $\forall n \geq 1, u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n+k}{n^2+k^2}$.