Lycée Jean Perrin - MPSI
Année 2007-2008

Colle de Maths - Semaine 26

Développements limités

Cours : Etude locale complète d'une courbe paramétrée : tangente et allure de la courbe.	**Commentaires :**	**Cours :** Formule de Taylor-Young, avec preuve dans le cas où f est de classe $\mathcal{C}^n$.	**Commentaires :**	**Cours :** Méthode de Simpson : principe, formule et convergence.	**Commentaires :**
Exercice 1 : Déterminer un $DL_2(0)$ de la fonction f définie par : $$f(x) = (1 + \operatorname{Arctan} x)^{x/\sin^2(x)}$$ En déduire la configuration locale de f en 0.		**Exercice 1 :** Déterminer un $DL_2(0)$ de la fonction f définie par : $$f(x) = \exp\left(\frac{1}{x}\ln\left(\frac{\operatorname{ch}\sqrt{x}}{\cos\sqrt{x}}\right)\right)$$ En déduire la configuration locale de f en 0.		**Exercice 1 :** $$f : x \mapsto \frac{1}{x}\left(e^{\sin x} - 1\right)$$ Montrer que l'on peut prolonger f par continuité en 0 et étudier localement f au voisinage de 0.	
Exercice 2 : $$f : x \mapsto (x-2)\exp\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$ Etudier les branches infinies et préciser la place de la courbe par rapport à ses asymptotes éventuelles.		**Exercice 2 :** Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'équation $$\ln x + x = n$$ admet une unique solution x_n. Montrer que lorsque $n \to +\infty$, $$x_n = n - \ln n + \frac{\ln n}{n} + o\left(\frac{\ln n}{n}\right)$$		**Exercice 2 :** Etudier la fonction : $$f : x \mapsto x + \sqrt{\lvert x^2 - 1\rvert}$$	
Exercice 3 : Déterminer la limite suivante : $$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^{x^x}\ln x}{x^x - 1}$$		**Exercice 3 :** Déterminer la limite suivante : $$\lim_{x \to +\infty} \left(\operatorname{ch}\frac{1}{x}\right)^{x^2}$$		**Exercice 3 :** Déterminer la limite suivante : $$\lim_{x \to 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x}$$	