Colle de Maths - Semaine 29

Dérivées partielles, Fonctions implicites, Isométries vectorielles en dim. 2 ou 3

Cours : Développement limité à l'ordre 1 en un point. Différentielle d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$.	**Commentaires :**	**Cours :** Axe et angle d'une rotation de l'espace.	**Commentaires :**	**Cours :** Théorème des fonction implicites.	**Commentaires :**
Exercice 1 : $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ Etudier la continuité de f, et l'existence et continuité des dérivées partielles de f.		**Exercice 1 :** Déterminer la matrice de la rotation r de $\mathbb{R}^3$ dans une base orthonormée (e_1, e_2, e_3) telle que $r(e_1) = e_3$ $r(u) = u$ avec $u = \dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1 - e_2 + e_3)$ Déterminer l'angle de cette rotation.		**Exercice 1 :** $f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\sin\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ Etudier la continuité de f, et l'existence et continuité des dérivées partielles de f.	
Exercice 2 : Déterminer la matrice dans une base orthonormée (e_1, e_2, e_3) de la rotation r de $\mathbb{R}^3$, d'axe dirigé et orienté par $e_1 + e_2 + e_3$ et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.		**Exercice 2 :** $f(x,y) = \begin{cases} x^2y^2\ln(x^2+y^2) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ Etudier la continuité de f, et l'existence et continuité des dérivées partielles de f.		**Exercice 2 :** Etudier l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ déterminé dans la base canonique par la matrice $\dfrac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ Déterminer ses éléments caractéristiques.	