Lycée La Martinière Monplaisir - MPS1
Année 2007-2008

Colle de Maths - Semaine 1

Voyage mathématique - Complexes

Cours : Exprimer $\cos\theta$, $\sin\theta$ et $\tan\theta$ en fonction de $\tan\dfrac{\theta}{2}$. Enoncer les formules du Triangle du Pascal et du Binôme de Newton.	**Commentaires :**	**Cours :** Somme des termes d'une suite géométrique (avec démonstration) Enoncer les développements de $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$ et $\tan(a+b)$	**Commentaires :**	**Cours :** Calcul de $\sum_{k=1}^{n} \cos k\theta$, $\theta \notin 2\pi\mathbb{Z}$	**Commentaires :**
Exercice 1 : Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=0}^{n} k\right)^2$		**Exercice 1 :** Calculer $S_n = \sum_{k=0}^{n} \dfrac{\cos k\theta}{\cos^k \theta}$		**Exercice 1 :** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $z^2 + \sqrt{7}z + 1 + i = 0$	
Exercice 2 : Déterminer l'ensemble des nombres complexes z tels que $\|z\| = \|z-1\| = 1$		**Exercice 2 :** Soit $n \in \mathbb{N}$. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante d'inconnue z : $(1+z)^{2n} = (1-z)^{2n}$ Calculer ensuite le produit des racines non nulles de cette équation. Rappel : $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \dfrac{1}{\tan x}$		**Exercice 2 :** Soit $z \in \mathbb{C}^*$. Montrer que $\dfrac{z+1}{z} \in \mathbb{R} \Longleftrightarrow z \in \mathbb{R} \cup \mathbb{U}$	
Exercice 3 : Déterminer l'ensemble des points M d'affixe $z \in \mathbb{C}$ tels que les points $M_1\left(\dfrac{1}{z-1}\right)$, $M_2\left(\dfrac{1}{z^2-1}\right)$, et $M_3\left(\dfrac{1}{z^3-1}\right)$ soient alignés.		**Exercice 3 :** Calculer $\sum_{k=0}^{n-1} k\omega_k$ avec $\mathbb{U}_n = \{\omega_k \ \ k \in 0, ..., n-1\}$		**Exercice 3 :** Déterminer l'ensemble des points M d'affixe $z \in \mathbb{C}$ tels que $2\arg(z+i) \equiv \arg(z) + \arg(i) \ [2\pi]$	