Lycée La Martinière Monplaisir - MPS1
Année 2007-2008

Colle de Maths - Semaine 4

Equations différentielles

Cours : Méthode de recherche d'une solution particulière d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants, lorsque le second membre est une exponentielle-polynôme.	**Commentaires :**	**Cours :** Présentation de la méthode d'Euler de résolution des équations differentielles.	**Commentaires :**	**Cours :** Enoncé du théorème de Cauchy-linéaire et interprétation géométrique (cas des équations differentielles linéaires d'ordre 2)	**Commentaires :**
Exercice 1 : Résoudre l'équation différentielle suivante en précisant la solution maximale : $$(E) : xy' - y = \sqrt{\lvert x \rvert}$$		**Exercice 1 :** Soit (E) l'équation $$x(1-x)y' + y = x$$ Rechercher si (E) admet une solution f_1 sur $]-\infty,1[$ et une solution f_2 sur $]0,+\infty[$.		**Exercice 1 :** On considère l'équation différentielle (E) : $$x(x^2-1)y' + 2y = x^2$$ 1) Résoudre (E) sur $]-\infty,1[$, $]-1,0[$, $]0,1[$, $]1,+\infty[$. 2) Montrer que toute solution y définie sur $]0,1[$ se prolonge en une fonction continue et déribable sur $[0,1[$. Préciser les valeurs de $y(0)$ et $y'(0)$. 3) Montrer qu'il existe une solution définie dans $]0,1[$ et une seule qui se prolonge par continuité en $x=1$. La fonction prolongée est-elle dérivable en $x=1$?	
Exercice 2 : Résoudre l'équation différentielle suivante sur $]-\infty,0[$ et $]0,\infty[$: $$xy' - y = \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$$ Etudier l'existence et l'unicité des courbes intégrales passant par un point donné (a,b) quelconque du plan.		**Exercice 2 :** Trouver les fonctions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continues telles que $\forall x \in \mathbb{R}$, $$f(x) = \cos x - x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$$		**Exercice 2 :** Trouver les fonctions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivables telles que $$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(x) + \int_0^1 f(t)dt$$ $$\text{et} f(0) = 1$$	