Lycée La Martinière Monplaisir - MPS1
Année 2007-2008

Colle de Maths - Semaine 10

Nombres réels - Suites réelles

Cours : Convergence par encadrement.	**Commentaires :**	**Cours :** Convergence d'une suite croisante majorée.	**Commentaires :**	**Cours :** Unicité de la limite finie d'une suite.	**Commentaires :**
Exercice 1 : Soit la suite définie pour $n \geq 1$ par $u_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{1}{n}$ Montrer que (u_n) est convergente.		**Exercice 1 :** Soit $x \in \mathbb{R}$. Déterminer $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{E(x)+E(2x)+\ldots+E(nx)}{n^2}$		**Exercice 1 :** On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_n = \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{1}{n+k}$ Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.	
Exercice 2 : Pour $n \geq 1$, on pose $u_n = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots+\sqrt{1+\sqrt{1}}}}}$ Montrer que $(u_n)_n$ est convergente et déterminer sa limite.		**Exercice 2 :** Soit une suite $(u_n)_{n\geq 1}$ telle qu'il existe $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ tel que (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent respectivement vers a et b. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} u_k$		**Exercice 2 :** Soit (u_n) une suite réelle telle que $\forall n, p \geq 1,\ 0 \leq u_{n+p} \leq \frac{n+p}{np}$ Montrer que $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.	
Exercice 3 : Etudier la convergence de la suite $(u_n)_n$ définie par $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \sqrt{n^2+n} - n$		**Exercice 3 :** Etudier la convergence de la suite définie par $\begin{cases} u_0 > 0 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \sqrt{\sum\limits_{i=0}^{n} u_i} \end{cases}$		**Exercice 3 :** Soit (u_n) une suite à termes tous strictement positifs, montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l \Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} (u_n)^{\frac{1}{n}} = l$	