Colle de Maths - Semaine 14

Etude locale et globale des fonctions : dérivabilité

Cours : Révision : fonction Arctan. Théorème de Rolle.	**Commentaires :**	**Cours :** Révision : fonction ch. Théorème des Accroissements Finis.	**Commentaires :**	**Cours :** Révision : fonction Arcsin. Utilisation de la dérivée : variation des fonctions, recherche des extrema d'une fonction.	**Commentaires :**
Exercice 1 : Déterminer $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\mathrm{Arctan}(n)}{\mathrm{Arctan}(n+1)}\right)^{n^2}$$ (On posera $f : x \mapsto \ln(\mathrm{Arctan}\ x)$)		**Exercice 1 :** Soit $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R},\mathbb{R})$ vérifiant $$\begin{cases} f(1)=1 \\ f'(0)>0 \\ \forall x\in\mathbb{R},\ f'(x)f'(f(x))=1 \end{cases}$$ 1. Mq $\forall x \in \mathbb{R},\ f\circ f(x)=x$. 2. Mq $\forall x\in\mathbb{R},\ f(x)=x$.		**Exercice 1 :** Soit $a>0$. Soit $f : [0,a]\to\mathbb{R}$ dérivable telle que $f(0)=f(a)=0$ et $f'(0)=0$. 1. Montrer que la dérivée de $$x\mapsto \frac{f(x)}{x}$$ s'annule sur $]0,a[$. 2. Montrer qu'il existe un point autre que l'origine en lequel la tangent à $\mathcal{C}_f$ passe par l'origine.	
Exercice 2 : Soit $f : \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ continue en 0. Déterminer une CNS pour que $$\lim_{x\to 0}\frac{f(2x)-f(x)}{x} \text{ existe}$$		**Exercice 2 :** Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$. Soit $f : I\to\mathbb{R}$ dérivable sur I. Montrer que $f'(I)$ est un intervalle de $\mathbb{R}$. *Indication :* Pour $y \in f'(I)$, on pourra poser $$g(x)=f(x)-xy$$		**Exercice 2 :** Déterminer $$\lim_{x\to+\infty}(x+1)e^{\frac{1}{x+1}} - xe^{\frac{1}{x}}$$	