Colle de Maths - Semaine 16

Entiers naturels, dénombrement. Entiers relatifs, arithmétique.

Cours : Binôme de Newton.	**Commentaires :**	**Cours :** Propriétés des $\binom{n}{p}$	**Commentaires :**	**Cours :** Théorème de Bezout et ses 4 conséquences. Preuve du Théorème de Gauss.	**Commentaires :**
Exercice 1 : Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation suivante : $$15x+51y=27$$		**Exercice 1 :** Donner le nombre d'annagrames du mot $$MISSISSIPPI$$ où les 4 S n'apparaissent pas consécutivement.		**Exercice 1 :** Pour quelles valeurs de $n\in\mathbb{N}$, la fraction $\frac{n^3+n}{2n+1}$ est irréductible ?	
Exercice 2 : Soient $n,p,q\in\mathbb{N}$ tels que $n\leq p+q$. Montrer que $$\sum_{k=0}^{n}\binom{p}{k}\binom{q}{n-k}=\binom{p+q}{n}$$		**Exercice 2 :** Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation suivante : $$385x+143y=22$$		**Exercice 2 :** Resoudre dans $\mathbb{Z}$ le systeme $$\left\{\begin{array}{lcll} x & = & 2 & [10] \\ x & = & 5 & [13]\end{array}\right.$$	
Exercice 3 : Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $$5 \mid 2^{2n+1}+3^{2n+1}$$ $$15^2 \mid 16^n-1-15n$$		**Exercice 3 :** Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $$\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k+1}}{k}\binom{n}{k}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$$		**Exercice 3 :** Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $$7 \mid 3^{2n+1}+2^{2n+2}$$ $$9 \mid 4^n-1-3n$$	