

| | | | | | |
|---|------------------------------|---|------------------------------|--|------------------------------|
| | | | | | |
| <p>Exercice 1 : On considère la permutation σ :</p> $\left(\begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 10 & 6 & 9 & 11 & 1 & 8 & 12 & 4 & 7 \end{array} \right)$ <ol style="list-style-type: none"> Décomposer σ en cycles. Déterminer l'ordre de σ. Déterminer la signature de σ. Déterminer σ^{-1}. | <p>Commentaires :</p> | <p>Exercice 1 : Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$. Soit $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ une fonction continue. Montrer que f admet un point fixe sur $[a, b]$.</p> | <p>Commentaires :</p> | <p>Exercice 1 : On considère la permutation σ :</p> $\left(\begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 5 & 8 & 1 & 11 & 4 & 2 & 12 & 7 & 9 & 6 \end{array} \right)$ <ol style="list-style-type: none"> Décomposer σ en cycles. Déterminer l'ordre de σ. Déterminer la signature de σ. Déterminer σ^{-1}. | <p>Commentaires :</p> |
| <p>Exercice 2 : Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ de degré n, et ayant n racines réelles distinctes.</p> <ol style="list-style-type: none"> Montrer que P' admet exactement $n - 1$ racines réelles distinctes. Montrer que le polynôme $P^2 + 1$ n'admet que des racines simples (dans \mathbb{C}). | | <p>Exercice 2 : On considère la permutation σ :</p> $\left(\begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 9 & 3 & 6 & 10 & 2 & 4 & 12 & 8 & 11 & 1 \end{array} \right)$ <ol style="list-style-type: none"> Décomposer σ en cycles. Déterminer l'ordre de σ. Déterminer la signature de σ. Déterminer σ^{-1}. | | <p>Exercice 2 : Soient E, F deux \mathbb{K}-espaces vectoriels de dimension finie. Soient $f \in \mathcal{L}(E, F)$, $g \in \mathcal{L}(F, E)$ tels que</p> $f \circ g \circ f = f \quad \text{et} \quad g \circ f \circ g = g$ <p>Montrer que $E = \text{Im}(g) \oplus \text{Ker}(f)$. Comparer $rg(f)$ et $rg(g)$.</p> | |
| <p>Exercice 3 : Soit $u_0 \in [-1, 1]$. Etudier la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par :</p> $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \text{Arccos}(u_n)$ | | <p>Exercice 3 : Soit E un \mathbb{K}-ev. Soit $\varphi \in \mathcal{L}(E)$ tel que</p> $\varphi^2 - 5\varphi + 6\text{Id}_E = 0$ <p>Montrer que</p> $E = \text{Ker}(\varphi - 2\text{Id}_E) \oplus \text{Ker}(\varphi - 3\text{Id}_E)$ | | <p>Exercice 3 : Calculer</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\text{Arctan}(n)}{\text{Arctan}(n+1)} \right)^{n^2}$ <p>On posera $f : x \mapsto \ln(\text{Arctan } x)$</p> | |