Colle de Maths - Semaine 10

Séries entières

Cours : DSE de e^x en 0.	**Commentaires :**	**Cours :** DSE de $\ln(1+x)$.	**Commentaires :**	**Cours :** Règle de D'Alembert	**Commentaires :**
Exercice 1 : Déterminer le rayon de convergence et la somme de la série entière $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{2\,\mathrm{sh}(n)}{n(n+1)}\, x^n$		**Exercice 1 :** Déterminer le rayon de convergence et la somme de la série entière $\displaystyle\sum_{n\geq 0} \frac{x^n}{n^2+3n+2}$ En déduire $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2+3n+2}$ et $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+3n+2}$		**Exercice 1 :** Déterminer le rayon de convergence et la somme de la série entière $\displaystyle\sum_{n\geq 0} n^2\, z^n$	
Exercice 2 : Donner un DSE en 0 de la fonction définie par : $f(x) = \ln(x^2-5x+4)$		**Exercice 2 :** Donner un DSE en 0 de la fonction définie par : $f(x) = \ln\left(1+\dfrac{x}{1+x^2}\right)$		**Exercice 2 :** Donner un DSE en 0 de la fonction définie par : $f(x) = \ln(x^2+x+1)$	
Exercice 3 : Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\displaystyle\sum \frac{1}{\ln(n!)} x^n$ Etudier le comportement de cette série aux bornes de l'intervalle de convergence.		**Exercice 3 :** Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\displaystyle\sum \mathrm{Arctan}(n^\alpha) x^n \quad (\alpha \in \mathbb{R})$ Etudier le comportement de cette série aux bornes de l'intervalle de convergence.		**Exercice 3 :** Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \ln\left(\frac{(-1)^n+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}\right) x^n$ Etudier le comportement de cette série aux bornes de l'intervalle de convergence.	