Lycée Edouard Branly - TSI2
Année 2007-2008

Colle de Maths - Semaine 12

Equations différentielles

Cours :	**Commentaires :**	**Cours :**	**Commentaires :**	**Cours :**	**Commentaires :**
Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire.		Méthode de variation de la constante.		Méthode de résolution d'un système homogène lorsque A est diagonalisable ou trigonalisable.	
Exercice 1 : Résoudre le système différentiel suivant (dont les inconnues sont les fonctions réelles x, y et z de la variable t) : $\begin{cases} x' = y + z \\ y' = z + x \\ z' = x + y - e^{-t} \end{cases}$		**Exercice 1 :** Résoudre le système différentiel suivant (dont les inconnues sont les fonctions réelles x, y et z de la variable t) : $\begin{cases} x' = 4x - y - z + t \\ y' = x + 2y - z + 2t \\ z' = x - y + 2z - t \end{cases}$		**Exercice 1 :** Résoudre le système différentiel suivant (dont les inconnues sont les fonctions réelles x, y et z de la variable t) : $\begin{cases} x' = 3x - 2y - 4z + te^t - t \\ y' = -2x + 3y + 2z + te^t - 2t + 2 \\ z' = 3x - 3y - 4z - 1 \end{cases}$	
Exercice 2 : On considère l'équation différentielle (E) : $x(x^2-1)y' + 2y = x^2$ 1) Résoudre (E) sur $]-\infty,1[$, $]-1,0[$, $]0,1[$, $]1,+\infty[$. 2) Montrer que toute solution y définie sur $]0,1[$ se prolonge en une fonction continue et déribable sur $[0,1[$. Préciser les valeurs de $y(0)$ et $y'(0)$. 3) Montrer qu'il existe une solution définie dans $]0,1[$ et une seule qui se prolonge par continuité en $x = 1$. La fonction prolongée est-elle dérivable en $x = 1$?		**Exercice 2 :** Soit (E) l'équation $x(1-x)y'' + y = x$ Rechercher si (E) admet une solution sur $]-\infty,1[$ et une solution sur $]0,+\infty[$.		**Exercice 2 :** Résoudre l'équation différentielle suivante en précisant la solution maximale : $(E) : xy' - y = \sqrt{\lvert x \rvert}$	