

Exercices pour le 26 Mars

Exercice 1

Soit A la matrice de $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ suivante :

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer le polynôme caractéristique de A .
2. Montrer que A n'est pas diagonalisable.
3. Déterminer une réduite de Jordan de A en précisant la base et la matrice de passage.
4. Calculer le polynôme minimal de A .
5. En déduire que A est inversible et déterminer A^{-1} .

Exercice 2

Soit A une matrice de $\mathcal{M}_5(\mathbb{R})$ semblable à la matrice B suivante :

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer les valeurs propres de A et le déterminant de A .
2. La matrice A est-elle diagonalisable ?
3. Déterminer $\dim \text{Ker}(A - 2I)$, $\dim \text{Ker}(A - 2I)^2$, $\dim \text{Ker}(A - 2I)^3$.
4. Donner le polynôme minimal de A .