

## Exercices pour le 30 Avril

---

### Exercice 1

Soit  $Q : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$  l'application définie par :

$$Q(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 2x_4^2 - 2x_1x_4 + 2x_2x_3 + 4x_3x_4$$

1. Pourquoi  $Q$  est-elle une forme quadratique ?
2. Quelle est sa forme polaire  $\sigma_Q$  ? Quelle est la matrice de  $\sigma_Q$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}^4$  ?
3. Décomposer  $Q$  en somme et différence de carrés de formes linéaires.
4. Est-ce que  $Q$  est positive ? non dégénérée ? Quel est son rang ?

### Exercice 2

Mêmes questions avec

$$Q(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1x_2 + x_1x_3 - x_2x_3 + 2x_2x_5 - x_3x_4 + 2x_4x_5$$