

Exercices pour le 21 Mai

Exercice 1

Soit $E = \mathbb{R}^3$ muni du produit scalaire usuel.

Déterminer les matrices des projections orthogonales sur :

- la droite D d'équation $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$
- le plan P d'équation $x - 2y + z = 0$.

Exercice 2

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -3 & 5 \\ 1 & -3 & 5 & -3 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

1. Montrer que A a deux valeurs propres entières.
2. Déterminer les sous-espaces propres. En déduire que A n'est pas diagonalisable.
3. Ecrire la matrice de Jordan J en précisant la matrice de changement de base.
4. Calculer le polynôme minimal de A .