

## DEUG 2ème année

### Exemples de questions de contrôle sur le cours

---

1. Polynôme caractéristique de l'endomorphisme dont la matrice est

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & & & 0 \\ 2 & 2 & 0 & & \\ 3 & 3 & 3 & \ddots & \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ n & n & \cdots & \cdots & n \end{pmatrix}$$

2. Polynôme minimal de l'endomorphisme dont la matrice est

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. La matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  est-elle sous forme de Jordan ? Même question pour  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
4. Soit  $f : E \rightarrow E$  un endomorphisme de  $E$ , espace vectoriel sur  $\mathbb{K}$ . Si  $\lambda_1, \lambda_2$  sont deux valeurs propres distincts de  $f$ , montrer que la somme des deux sous-espaces propres  $E_{\lambda_1}$  et  $E_{\lambda_2}$  est directe. L'étendre aux sous-espaces caractéristiques.
5. Si  $A$  est une matrice symétrique et  $P$  une matrice inversible. Est-ce que  $P^{-1}AP$  est symétrique ?
6. Soit  $E$  un espace euclidien,  $H$  un hyperplan,  $M$  un élément de  $E$ . Exprimer la distance de  $M$  à  $H$ .
7. Définition d'une forme quadratique et de sa forme polaire.
8. Loi d'Inertie de Sylvester.
9. Soit  $X' = AX$  un système d'équations linéaires à coefficients constants. Quelle est la solution qui en  $t_0$  prend la valeur  $X_0$  ?
10. Pour  $A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$ , déterminer  $e^{tA}$ .
11. Exponentielle d'une matrice nilpotente.