

## Fiche 4 - Réduction de Jordan

---

### Exercice 1

Déterminer une réduite de Jordan de chacune des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

### Exercice 2

Soit  $A$  la matrice de  $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$  suivante :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer le polynôme caractéristique de  $A$ .
2. Montrer que  $A$  n'est pas diagonalisable.
3. Déterminer une réduite de Jordan en précisant la base et la matrice de passage.
4. Calculer le polynôme minimal de  $A$ .
5. En déduire l'expression de  $A^{-1}$  et de  $A^n$  pour  $n \geq 1$ .

### Exercice 3

Reprendre l'exercice 2 en prenant la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 0 & -3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 6 & -8 & -2 & -3 \\ 0 & -8 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

### Exercice 4

Reprendre l'exercice 2 en prenant la matrice

$$C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$