Université Claude Bernard Lyon 1 2009-2010

L1 MATH II Algèbre

Math II Algèbre - Contrôle Continu 5

Vendredi 18 Décembre 2009 - 13h45

Durée 1h00

L'usage de toute calculatrice est interdit. Aucun document personnel n'est autorisé.

Exercice 1 (4 points)

Déterminer le rang des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 (4 points)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer $A^3 - 3A^2 + 3A - I$.
2. En déduire que la matrice A est inversible, et déterminer son inverse.

Exercice 3 (6 points)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Utiliser la méthode du pivot de Gauss pour montrer que A est inversible, et déterminer son inverse.

Exercice 4 (6 points)

Dans $\mathbb{R}^3$, on considère la base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ et les vecteurs suivants :

$$u_1 = 2e_1 + e_2 - e_3, \quad u_2 = 2e_1 - e_2 + 2e_3, \quad u_3 = 3e_1 + e_3$$

1. Montrer que $\mathcal{B}' = (u_1, u_2, u_3)$ est une base de $\mathbb{R}^3$.
2. Ecrire la matrice de passage de $\mathcal{B}$ à $\mathcal{B}'$.
3. Ecrire la matrice de passage de $\mathcal{B}'$ à $\mathcal{B}$.