Etudiant 1 :

Cours :

Enoncer et prouver les développements en série entière de $\ln(1+x)$ et $\mathrm{Arctan}(x)$.

Exercice 1 :

Calculer le rayon de convergence et la somme de la série entière $\displaystyle\sum_{n\geq 0} \frac{n^2-n+4}{n+1} x^n$

Exercice 2 :

Rechercher les solutions développables en série entière solutions de l'éq.diff. $2xy'' + y' - y = 0$.

Etudiant 2 :

Cours :

Recherche d'une série entière solution de l'équation différentielle $f' = f$.

Exercice 1 :

Déterminer le rayon de convergence des séries entières $\displaystyle\sum_{n\geq 0} e^{-\mathrm{sh}(n)} z^n$ et $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^2} z^{n^2}$.

Exercice 2 :

Soit $\theta \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$ fixé. Développer en série entière au voisinage de 0 la fonction $f : x \mapsto \mathrm{Arctan}\left(\dfrac{1+x}{1-x}\tan\theta\right)$.

Etudiant 3 :

Cours :

Déterminer un développement en série entière de $f(x) = \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ en précisant son domaine de validité

Exercice 1 :

Soit $(a,b) \in (\mathbb{R}^{*+})^2$. Déterminer le rayon de convergence de la série $\displaystyle\sum_{n\geq 0} \frac{a^n}{1+b^n} z^{2n}$

Exercice 2 :

Soit $a \in \mathbb{R}$ fixé. Développer en série entière au voisinage de 0 la fonction $f : x \mapsto e^{x\mathrm{ch}(a)}\mathrm{ch}(x\mathrm{sh}(a))$

Etudiant 4 :

Cours :

Donner la définition de la série de Fourier d'une fonction f 2π-périodique.

Exercice 1 :

Calculer le rayon de convergence des séries entières $\displaystyle\sum_{n\geq 0} \frac{2^n}{3^n+n} z^{4n}$ et $\displaystyle\sum_{(2n)!} (n!)^2 n^n z^n$.

Exercice 2 :

Développer en série entière la fonction $f : x \mapsto \ln\left(1 + \dfrac{x}{1+x^2}\right)$ en précisant le rayon de convergence.

Exercices supplémentaires :

Exercice 1 :

Développer en série entière la fonction $f : x \mapsto e^{-\frac{x^2}{n}} \int_0^x e^{\frac{t^2}{2}} dt$

Exercice 2 :

Calculer les sommes des séries suivantes en utilisant des séries entières :

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(n-1)}, \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}$$

Exercice 3 :

Déterminer le développement en série entière en 0 de la fonction Arcsin.

Montrer que ce développement est valable sur un intervalle <u>fermé</u> de $\mathbb{R}$ à préciser.