

**Résumé** — Si  $\mathfrak{g}$  est une algèbre de Lie réductive complexe de dimension finie et  $S(\mathfrak{g})$  l'algèbre symétrique de  $\mathfrak{g}$ , alors la *variété commutante*  $\mathfrak{C}_{\mathfrak{g}}$  de  $\mathfrak{g}$  est la variété des zéros de l'idéal  $I_{\mathfrak{g}}$  de  $S(\mathfrak{g}) \otimes_{\mathbb{C}} S(\mathfrak{g})$  engendré par les fonctions  $(x, y) \mapsto \langle v, [x, y] \rangle$ , où  $v$  est dans  $\mathfrak{g}$ . Elle est irréductible d'après un résultat de R. W. Richardson mais il reste à savoir si l'idéal  $I_{\mathfrak{g}}$  est premier. La dimension du *bicône nilpotent*  $\mathcal{N}_{\mathfrak{g}}$  formé des éléments de  $\mathfrak{g} \times \mathfrak{g}$  dont le sous-espace qu'ils engendrent est contenu dans le cône nilpotent de  $\mathfrak{g}$ , joue un rôle important dans l'étude de  $\mathfrak{C}_{\mathfrak{g}}$  et de  $I_{\mathfrak{g}}$ . On étudie dans cet exposé la variété  $\mathcal{N}_{\mathfrak{g}}$ ; on montre que c'est une intersection complète qui n'est pas une variété réduite et on donne sa dimension. Par ailleurs, le bicône nilpotent est la variété des zéros communs aux polarisations d'ordre 2 des invariants  $S(\mathfrak{g})^G$ . On retrouve alors un résultat de V. Popov, qui s'inscrit dans la théorie des invariants.

---