
Exercice

Vous devrez faire attention à rédiger correctement. Toute rédaction incomplète ou imprécise sera sanctionnée même si le raisonnement est correct. **N'écrivez pas au crayon à papier.**

Exercice 1 Equations du second degré dans \mathbb{C}

1. Calculer les racines carrées du nombre complexe $5 + 12i$.
2. En déduire les solutions complexes de l'équation $z^2 + z - 1 - 3i = 0$.

Exercice 2 Racines n -ièmes

1. Donner les formes algébrique et exponentielle du nombre complexe $w = -\frac{32}{1 + \sqrt{3}i}$.
2. Déterminer l'ensemble R_w des racines 4ème du nombre complexe w .
3. Donner expression de la rotation f de centre 0 et d'angle $\frac{\pi}{12}$.
4. Montrer que l'ensemble $f(R_w)$ est constitué de racines 8èmes d'un réel que l'on déterminera.

Exercice 3 Equation Diophantienne

1. Déterminer PGCD(6188,4709).
2. En déduire une solution $(u, v) \in \mathbf{Z}^2$ de l'équation $6188u - 4709v = 17$.
3. Résoudre dans \mathbf{Z}^2 l'équation diophantienne $6188u - 4709v = 34$.

Exercice 4 PGCD et PPCM

1. Déterminer tous les couples d'entiers (a, b) premiers entre eux et dont le produit vaut 54.
2. Déterminer tous les entiers naturels a et b tels que PGCD(a, b) = 9 et PPCM(a, b) = 486.

Exercice 5 Trouver le reste de la division euclidienne de 3^{65536} par 5.