
Devoir Surveillé 2 du 08/12/2022

Durée : 1 heure

Les documents et les téléphones/calculatrices/ordinateurs sont interdits.

Vous devrez faire attention à rédiger correctement. Toute rédaction incomplète ou imprécise sera sanctionnée même si le raisonnement est correct. **N'écrivez pas au crayon à papier.**

Exercice 1 Equations du second degré dans \mathbb{C} (5 = 3 + 2 pts)

1. Calculer les racines carrées du nombre complexe $w = 1 + 2\sqrt{2}i$.
2. En déduire les solutions complexes de l'équation $z^2 + iz - \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.

Exercice 2 Racines n -ièmes (7 = 2 + 2 + 2 + 1 pts)

1. Donner les formes algébrique et exponentielle du nombre complexe $w = \frac{-4}{1 + i\sqrt{3}}$.
2. Déterminer l'ensemble S_w des racines 6-ièmes du nombre complexe w .
3. Donner l'expression de la rotation f centrée en 0 et d'angle $-\frac{\pi}{9}$.
4. Montrer que $f(S_w)$ est l'ensemble des racines 6-ièmes d'un réel que l'on déterminera.

Exercice 3 Equation Diophantienne (7 = 3 + 2 + 2 pts)

1. En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer PGCD(323,391).
2. En déduire une solution $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$ de l'équation $323u - 391v = 17$.
3. Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation diophantienne $323x - 391y = 612$.

Exercice 4 PGCD et PPCM (4 = 2 + 2 pts)

1. Déterminer tous les couples d'entiers (a, b) premiers entre eux et dont le produit vaut 24.
2. Déterminer tous les entiers naturels a et b tels que PGCD(a, b) = 4 et PPCM(a, b) = 96.

Exercice 5 (2 pts) Trouver le reste de la division euclidienne de $6^{321} - 4^{237}$ par 5.