
Exercice

Vous devrez faire attention à rédiger correctement. Toute rédaction incomplète ou imprécise sera sanctionnée même si le raisonnement est correct. **N'écrivez pas au crayon à papier.**

Exercice 1 Racines cubiques

1. Déterminer les racines cubiques de i .
2. Donner l'expression de la translation $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ de vecteur d'affixe $-2i$.
3. Développer $T(z)^3$ pour tout $z \in \mathbb{C}$.
4. En déduire les solutions de l'équation $z^3 - 6iz^2 - 12z + 7i = 0$.

Exercice 2 Racines carrées

1. Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-3 - 4i$.
2. En déduire les solutions de l'équation $iz^2 + z + 1 - i = 0$.

Exercice 3 Équation diophantienne

1. Calculer le PGCD de 624 et 282.
2. Trouver une solution particulière $(x_0, y_0) \in \mathbb{Z}^2$ de l'équation $624x + 282y = 6$.
3. En déduire l'ensemble des solutions $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ de l'équation diophantienne $104x + 47y = 1$.

Exercice 4 Théorème de restes chinois et Congruence Soient $a = 2^{445} + 7$ et $b = 15$.

1. Calculer le reste de la division euclidienne de a par 3 et par 5.
2. En déduire le reste de la division euclidienne de a par b .
3. Calculer le PGCD et le PPCM de a et b .