Laurence Grammont (LaMUSE, Saint-Étienne) :
Pour la résolution d'équation non-linéaires en dimension infinie, faut-il commencer par linéariser ou par discrétiser ?

On se place d'abord dans un contexte assez général pour poser le problème : trouver $\varphi \in \mathcal{X} \;\; : \quad F(\varphi) = 0$, F étant un opérateur non linéaire Fréchet différentiable sur un espace de Banach complexe $\mathcal{X}$. La stratégie classique de résolution est de discrétiser le problème, par une méthode de projection ou par une méthode de type Nyström, puis de résoudre le système non linéaire obtenu par une méthode de type Newton. Dans ce cas, nous obtenons une approximation de la solution approchée φ_n, n étant le paramètre de discrétisation.
Nous proposons une autre statégie, celle de commencer par la linéarisation. Nous montrons que, sous une condition sur la discrétisation, les itérés construits par notre méthode, s'ils sont convergents, tendent vers la solution exacte φ quand le nombre d'itérés tend vers $+\infty$ et ceci quel que soit le paramètre de discrétisation choisi.

Dans la deuxième partie de l'exposé, nous présentons trois applications. Nous traitons le cas d'une équation intégrale de Fredholm de seconde espèce : Si $\mathcal{B}$ est un espace de Banach, le problème est de

$$\text{trouver } \varphi \in \mathcal{B} \;\; : \quad \varphi = K(\varphi) + f, \tag{1}$$

pour une fonction donnée $f \in \mathcal{B}$ et $K : \mathcal{B} \to \mathcal{B}$, un opérateur intégral non linéaire donné sous la forme $K(x)(s) := \displaystyle\int_0^1 \kappa(s, t, x(t))\, dt, \quad x \in \mathcal{B},\ s \in [0, 1]$. On choissira comme procédé de discrétisation *la méthode de Nyström* dans la première application et dans la deuxième *la méthode de projection de Kantorovitch.*

La troisième application concerne le problème spectral d'un opérateur différentiel.