Université Claude Bernard - Lyon 1 | **Semestre automne 2018-2019**

L2 - Informatique | UE : Statistiques pour l'Informatique

Contrôle Continu n° 3

Mercredi 28 Novembre 2018– Durée 1h30 minutes

Les documents et les téléphones sont interdits. Les calculatrices sont autorisées.

Exercice 1. Soit X une variable aléatoire de loi binomiale $\mathcal{B}(2,p)$ et y une variable aléatoire de loi $\mathcal{B}(2,q)$.

1. Specifier la loi de la variable $Z = X + Y$. En particulier, quelle est la valeur de $P(Z = 3)$?
2. Si $p = q$ la loi de Z est une loi bien connue, laquelle ? Donner son espérence et son écart type.

Exercice 2. Soit X une variable aléatoire à valeur $1, 2$ et Y une variable aléatoire à valeur $0, 1, 2$. La loi de probabilité du couple (X, Y) est indiquée dans le tableau ci-dessous, a et b étant deux nombres réels qui ne sont pas encore specifiés.

$P(X = i, Y = j)$	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$
$i = 1$	a	$1/6$	$1/12$
$i = 2$	b	$1/3$	$1/6$

1. On suppose a fixé. Pour quelle valeur de b ce tableau est-il celui d'une loi de probabilité ? Est-ce que a peut prendre toute valeur reélle ? Quelle inégalité doit satisfaire a ?
2. Donner la loi de Y et la loi de X en fonction de a.
3. Montrer que X et Y ne sont pas indépendantes si $a \neq 1/12$
4. On suppose que $a = 1/12$. Calculer la loi de $X + Y$.

Exercice 3. Dans un magasin, la probabilité qu'un client doit attendre k minutes pour passer la caisse est $(1-p)^{k-1}p$ où $p = 1/6$. Le temps d'attente est toujours un nombre entier $k \geq 1$ de minutes.

1. Donner l'espérance du temps d'attente d'un client.
2. Quelle est la probabilité d'attendre au moins 5 minutes s'il y a une seule caisse et un seul client avant ?
3. Quelle est la probabilité d'attendre au moins 5 minutes s'il y a deux caisses indépendantes avec un client chacune et qu'on peut prendre la première caisse qui se libère ?

Exercice 4. Soit X une variable aléatoire admettant pour densité : $p(x) = cx^4$ si $x \in [0; 1]$, $p(x) = 0$ sinon.

1. Quelle doit être la valeur pour c pourque p est une densité.
2. Calculer les espérences $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(X^2)$ puis la variance $\mathbb{V}(X)$.
3. Déterminer la fonction de répartition de X.
4. On pose $Y = X^2$. Déterminer la fonction de répartition de Y . En déduire la densité de la variable aléatoire Y .