

Contrôle partiel

Questions de cours

1. Soit X une variable aléatoire d'espérance μ et d'écart type σ . Soit $\bar{X}_n = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$ sa moyenne empirique (X_1, \dots, X_n sont indépendants de même loi que X). Quelle est la valeur de $\mathbb{E}(\bar{X}_n)$ et de $\sigma(\bar{X}_n)$?
2. Donner la densité de probabilité pour la loi normale centrée réduite.

Exercice 1. 3% d'une population a atteint une maladie. Il existe un teste qui donne un résultat positive pour une personne malade avec une probabilité de 0,95. Il donne un résultat positive pour une personne en bonne santé avec une probabilité de 0,1.

1. Déterminer la probabilité que
 - (a) une personne est malade et est testée positif,
 - (b) une personne est malade et est testée négatif,
 - (c) une personne est en bonne santé et est testée positif,
 - (d) une personne est en bonne santé et est testée négatif,
2. Donald a fait un teste et a reçu le résultat positif. Quel est la probabilité qu'il est malade ?

Exercice 2.

Dans la salle des profs 60 pourcent sont des femmes ; une femme sur trois porte des lunettes et un homme sur deux porte des lunettes : quelle est la probabilité pour qu'un porteur de lunettes pris au hasard soit une femme ?

Exercice 3. Une variable aléatoire X suit la loi suivante

x	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1

1. Calculer $\mu = \mathbb{E}(X)$ et $\sigma = \sigma(X)$.
2. Calculer $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$ et $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$.

Exercice 4. Une infection se propage par contact avec une personne infectée. Soit $p = 0,4$ la probabilité qu'une personne en bonne santé s'infecte après avoir eu contacte avec une personne infectée. Une personne infectée a eu contacte avec 6 personnes en bonne santé. Soit X le nombre des personnes qui se sont alors infectées.

1. Quelle est la loi de la variable aléatoire X ?
2. Déterminer $P(X = 0)$ et $P(X \leq 3)$.
3. Déterminer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.

Exercice 5.

Dans les barres de chocolat N., on trouve des images equitalement reparties des cinq personnages du dernier Walt Disney, une image par tablette. Ma fille veut avoir le heros Princecharmant : combien dois-je acheter de barres pour que la probabilité d'avoir la figurine attendue dépasse 80 pourcent ?