

Examen Partiel

MERCREDI 24 OCTOBRE 2018– DURÉE 90 MINUTES

Exercice 1. Dans une usine, deux machines A et B fabriquent des couteaux. Une partie de la production de chaque machine est défectueuse. On inspecte la production de l'usine en prélevant un couteau à la fin de la production, 60% des couteaux de la production proviennent de la machine A. La probabilité qu'un couteau issu de la machine A soit défectueux est de 0.06. La probabilité qu'un couteau issu de la machine B soit défectueux est de 0.16.

1. Quelle est la probabilité de prélever un couteau défectueux ?
2. On prélève un couteau et on constate qu'il est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il provienne de A ?

Exercice 2. On lance n fois un dé à six faces et on note par X le nombre de fois que l'on obtient un résultat pair, et Y le nombre de fois que l'on obtient un résultat inférieur ou égal à 3.

1. Quelles sont les lois de X et Y ?
2. Calculer $P(X = 0, Y = 0)$. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?

Exercice 3. Lors d'un concours de saut en hauteur, un athlète dispose de deux tentatives pour franchir la barre. On suppose que :

- Il a deux chances sur trois de franchir la barre à la première tentative.
- Il a une chance sur deux de la franchir à la deuxième tentative s'il a échoué la première fois (il est plus fatigué ou plus tendu).

Sachant qu'au final il a réussi à franchir la barre, quelle est la probabilité que ce soit à la première tentative ?

Exercice 4. Dans un grand lycée il y a 10 classes de Terminale. Trois de ces classes ont 25 élèves, cinq ont 30 élèves et deux classes ont 35 élèves. On interroge un lycéen au hasard dans la cour et on lui demande combien il y a d'élèves dans sa classe. On note X sa réponse. Déterminer la loi de X , puis calculer son espérance $E(X)$. Que vaut le nombre moyen d'élèves par classe ? Pourquoi n'est-il pas égal à $E(X)$?

Exercice 5. Soit X_1, X_2, X_3 trois variables aléatoires de loi de Bernoulli de paramètre $2/3$. On suppose que ces variables sont indépendantes.

1. Quelle est la loi de $Y = X_1 + X_2 + X_3$?
2. Quelle est l'espérance et variance de Y ?
3. Soit $Z = (X_1 - X_2)^2$, calculer l'espérance et variance de Z .