Université Claude Bernard - Lyon 1 — **Semestre automne 2018-2019**

L2 - Informatique — UE : Statistiques pour l'Informatique

Feuille TD 6

Exercice 1. Soit $p(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

1. Montrer que $p(x)$ est une densité d'une variable aléatoire si et seulement si $c = 3$.
2. Calculer l'espérance et la variance correspondante.

Exercice 2. On suppose que le nombre d'années avant que la Terre ne soit frappée par un grand astéroïde suit une loi exponentielle avec paramètre $\lambda = 10^{-8}$.

1. Quelle est l'espérance du temps jusqu'à l'impact ?
2. Quelle est la probabilité d'un impact pendant les prochains 100 ans ?
3. Quelle est la probabilité d'un impact pendant la période des $4 \cdot 10^9$ ans depuis l'apparition de la vie sur Terre ?

Exercice 3. On suppose que le temps de passage en caisse des clients d'un magasin suit une loi exponentielle d'une moyenne de 5 minutes.

1. Quelle est la probabilité d'attendre au moins 5 minutes s'il y a une seule caisse et un seul client avant ?
2. Quelle est la probabilité d'attendre au moins 5 minutes s'il y a deux caisses avec un client chacune et qu'on peut prendre la première caisse qui se libère ?

Exercice 4. Pour se rendre d'un endroit A à un endroit B, on peut prendre le bus ou le métro. Le temps de trajet en métro suit une loi exponentielle de moyenne 20 minutes, et le temps de trajet en bus est une variable indépendante de la première, de loi exponentielle de moyenne 35 minutes. Quelle est la probabilité que le trajet en bus soit plus rapide que le trajet en métro ?

Exercice 5. Alice et Mohamed ont rendez-vous chez William entre 12h et 14h. On suppose que les instants d'arrivée d'Alice et Mohamed sont des variables aléatoires X et Y indépendantes et de loi uniforme sur $[0, 2]$ (l'instant 0 correspondant à midi et l'unité de temps étant l'heure).

1. Soit $U = X + Y$. Que vaut $\mathbb{E}(U)$?
2. Exprimer la variable aléatoire V donnant le temps que William doit attendre jusqu'à ce que ses deux amis soient arrivés. Déterminez la fonction de répartition de cette variable aléatoire, sa densité, et son espérance.
3. Montrez que, pour x et y réels : $\max(x, y) - \min(x, y) = 2\max(x, y) - (x + y)$.
4. Déduisez des questions précédentes le temps moyen que William doit attendre entre la première et la deuxième arrivée.