

REPRÉSENTATIONS DE CARQUOIS ET APPLICATIONS.

Enseignants responsables : PHILIPPE CALDERO

Titre du cours proposé : REPRÉSENTATIONS DE CARQUOIS ET APPLICATIONS

Grand domaine scientifique : ALGÈBRE ET THÉORIE DES REPRÉSENTATIONS

Adresses électroniques : caldero@math.univ-lyon1.fr

Semestre désiré :

eme

Pre-requis : Le cours de semestre 1 Algèbre de Master 1. Quelques notions d'algèbres de Lie.

Resumé du cours : Le but du cours est d'étudier quelques aspects de la classification des représentations d'un carquois à isomorphisme près. En particulier, après avoir fait connaissance avec quelques objets généraux de la théorie des représentations, en particulier la pratique de l'homologie, nous verrons l'aspect géométrique des représentations de carquois ainsi que leur lien avec les groupes quantiques pour le type Kac-Moody via la notion d'algèbre de Hall. On verra diverses applications de la théorie sous forme de fiches d'exercices.

Programme

- Généralités :

Eléments d'algèbre homologique. Carquois. Représentations de carquois. Projectifs, injectifs. Forme de Tits.

- Carquois de représentation finie :

Classification des carquois de représentation finie par les diagrammes de Dynkin. Théorème de Gabriel et systèmes de racines. Groupe de Weyl.

- Géométrie des représentations de carquois :

Espace de représentations de carquois. Action de groupes et orbites.

- Groupes quantiques :

Algèbres de Hall et groupes quantiques. Théorème de Ringel.

- Désingularisations :

Désingularisations de clôtures d'orbites. Introduction à la base canonique.

Bibliographie

- [Ben] Benson, D. J. Representations and cohomology. I. Basic representation theory of finite groups and associative algebras. Second edition. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 30. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [Lus] Lusztig, G. Canonical bases and Hall algebras. Representation theories and algebraic geometry (Montreal, PQ, 1997), 365–399, NATO Adv. Sci. Inst. Ser. C Math. Phys. Sci., 514, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1998.
- [Schi] Schiffmann, O. Lectures on Hall algebras. ArXiv : Math.RT/0611617.
- [Rin] Ringel, C.M. Hall algebras and quantum groups. Invent. Math. 101 (1990), no. 3, 583–591.